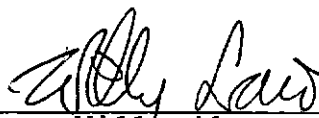


ENSAIO DE ADENSAMENTO COM DRENAGEM RADIAL
INTERNA E EXTERNA - SOLUÇÃO TEÓRICA

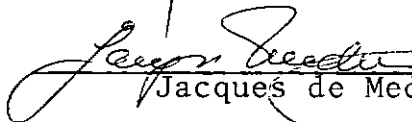
Paulo Eduardo Lima de Santa Maria

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JA-
NEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU
DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

Aprovada por:



Willy Alvarenga Lacerda
Presidente



Jacques de Medina



Mauro Lucio Guedes Werneck



Homero Pinto Caputo

A Júlia, minha irmã, in memoriam

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, a quem tudo devo.

À minha esposa, Silma, pelo incentivo e dedicação.

Ao meu irmão, Luiz Augusto, pelo apoio e amizade.

À ENARC S.A. ENGENHARIA FUNDAÇÕES, pelo apoio concedido.

Ao professor Willy A. Lacerda, pela orientação prestada a este trabalho.

Ao Luiz Fernando Taborda Garcia, pela amizade e cooperação.

Ao Roberto Fernandes de Oliveira, pela solicitude e colaboração.

Ao IPR, Instituto de Pesquisas Rodoviárias, pela colaboração.

À Deolinda Isabel Gomes da Costa Homem, pela revisão do texto.

À Helena Santos de Oliveira, pela confecção gráfica deste trabalho.

Aos colegas e funcionários da COPPE e ENARC, pela cooperação.

SINOPSE

Apresenta-se neste trabalho a solução teórica para interpretação de ensaios de adensamento com drenagem radial interna e externa.

Faz-se, inicialmente, uma exposição sobre a equação diferencial básica do adensamento e as diversas soluções existentes para problemas com drenagem radial:

Considera-se na formulação do problema, além das condições impostas pelas características do ensaio, a influência do amolgamento do solo decorrente da preparação do corpo de prova. Para isto, subdividiu-se a amostra em três regiões distintas, as quais representam os trechos amolgado interno, indeformado e amolgado externo.

Além da solução genérica, apresentam-se também dois casos particulares. Verifica-se a fórmula geral submetendo-a a condições limites que definem modelos com drenagem radial simples, para os quais já existem soluções teóricas.

Para simplificar a utilização da teoria desenvolvida, prepararam-se quadros de valores e plotaram-se curvas para diversas relações entre raios e permeabilidades das regiões indeformada e amolgadas.

Empregando-se a solução obtida, interpretou-se um ensaio de adensamento com drenagem radial interna e externa, comparando-se os resultados com aqueles encontrados para o mesmo material, através de ensaios com drenagem radial simples, em pesquisa anterior.

ABSTRACT

This dissertation presents a theoretical solution to interpret the consolidation tests with internal and external radial drainage.

Initially, an exposition on the basic differential equation of consolidation and several existing solutions for radial drainage problems is performed.

It is considered, in the formulation of the problem, in addition to the inherent characteristics of the test, the peripheral smear effect which occurs in the preparation of the sample. For this, the sample was subdivided in three distinctive parts which are represented by the internal remolded, undisturbed and the external remolded zone.

Along with the general solution, two particular cases are also presented. The general formula is verified by submitting it to extreme conditions which define simple radial drainage models for which theoretical solutions already exist.

To simplify the utilization of the developed theory, tables were prepared and curves plotted for various ratios between radii and between permeabilities of disturbed and undisturbed regions.

Using the obtained solution, an internal and external radial drainage consolidation test was interpreted, and these results were compared with those encountered for the same material, in previous simple radial drainage research.

ÍNDICE

I	- INTRODUÇÃO	1
II	- REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
	2.1 - Equação Diferencial do Adensamento	3
	2.2 - Efeito do Amolgamento	7
	2.3 - Soluções para Drenagem Radial Interna	8
	2.4 - Soluções para Drenagem Radial Externa	16
III	- ENSAIO DE ADENSAMENTO COM DRENAGEM RADIAL INTERNA E EX- TERNA - FUNDAMENTOS TEÓRICOS	22
	3.1 - Formulação do Problema	22
	3.2 - Integração das Equações	27
	3.3 - Casos Particulares	38
	3.4 - Verificação da Solução Obtida	39
IV	- RESULTADOS	46
	4.1 - Considerações Gerais	46
	4.2 - Quadros de Valores para $T_h(50\%)$ e $T_h(90\%)$...	55
	4.3 - Curvas Adensamento (%) \times Fator Tempo	60
	4.4 - Aplicação Prática	81
V	- DISCUSSÃO E CONCLUSÕES	89
	5.1 - Discussão de Alguns Tópicos	89
	5.2 - Conclusões Finais	98
	BIBLIOGRAFIA	100
	SIMBOLOGIA	102

I - INTRODUÇÃO

Quando se deseja acelerar o processo de adensamento de uma camada de solo compressível, projetam-se geralmente drenos verticais de areia. Estes elementos, convenientemente espaçados, induzem uma redistribuição na rede de fluxo, com consequente redução nas trajetórias das partículas d'água no interior da camada em adensamento. Dessa forma, obtêm-se uma significativa diminuição no tempo final do processo. Convém acrescentar que muitos depósitos de argila possuem coeficiente de permeabilidade horizontal maior que o vertical. Este fato, se ocorre, proporciona uma contribuição adicional à eficiência dos drenos.

Para fins de projeto de instalação de drenos verticais de areia é importante conhecer-se o coeficiente de adensamento (com compressão vertical e drenagem radial (C_h)). Este coeficiente é normalmente determinado em laboratório a partir de demorados ensaios oedométricos.

O tempo de duração de um ensaio de adensamento é função:

- 1 - dos coeficientes de permeabilidade e de compressibilidade e do índice de vazios inicial do material da amostra;
- 2 - das características geométricas do corpo-de-prova;
- 3 - das condições de drenagem.

O item (1) refere-se a parâmetros do solo. Quanto ao item (2) há pouca variação tendo em vista os equipamentos de ensaio e as limitações na preparação dos corpos-de-prova. Finalmente, em relação ao item (3), as condições de drenagem para as quais se dispõe de solução teórica para análise dos resultados são:

- drenagem radial interna;

- drenagem radial externa.

Objetivando uma redução no tempo final de ensaio, dentro do mesmo propósito que rege a necessidade de instalação de drenos verticais de areia em campo, este trabalho propõe o ensaio de adensamento com drenagem radial dupla - interna e externa, apresentando a solução teórica para sua interpretação.

O desenvolvimento analítico fundamentou-se nas seguintes considerações:

- 1 - teoria de pequenas deformações;
- 2 - deformações apenas na direção vertical;
- 3 - deformações verticais iguais ("equal strain");
- 4 - efeito do amolgamento introduzido na amostra, nas vizinhanças dos drenos interno e externo.

Para a análise de ensaios oedométricos são desprezados o atrito lateral entre a amostra e a pedra porosa que a circunda externamente (dreno externo), a rigidez do dreno interno (normalmente constituído por uma mistura de mica e areia fina), segundo a direção vertical, sendo considerada infinita a permeabilidade dos materiais que constituem os elementos drenantes. Para o caso de ensaios triaxiais, a solução não se aplica, a não ser quando as deformações horizontais forem nulas ou então muito pequenas, caso em que serão desprezadas. Neste último tipo de ensaio, se aplicável, a solução pressupõe desprezíveis as rizezas dos drenos segundo a direção vertical e infinita a permeabilidade dos materiais que os compõem.

II - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - Equação Diferencial do Adensamento

A equação diferencial que rege o adensamento de solos compressíveis foi, pela primeira vez, estabelecida e resolvida por Karl Terzaghi para condições de fluxo e deformação em uma única direção.

Posteriormente, como complementação da teoria de Terzaghi, muitos outros trabalhos foram desenvolvidos por diversos autores e novas equações foram apresentadas.

Scott⁹, baseando-se nas hipóteses:

- 1 - as partículas sólidas que compõem o solo são individualmente incompressíveis;
- 2 - a água intersticial é incompressível;
- 3 - é válida a lei de Darcy;
- 4 - os coeficientes de permeabilidade e de compressibilidade do solo são constantes;
- 5 - as partículas sólidas deslocam-se apenas na direção vertical;
- 6 - as deformações decorrentes do adensamento são pequenas,

formulou a equação:

$$\begin{aligned}
 k_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \\
 = \frac{e_o}{1 + e_o} \cdot \frac{S_o \gamma_a}{100} \left[C_2 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{a_v}{e_o} \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial t} \right) \right] \quad (1)
 \end{aligned}$$

referida ao sistema de eixos cartesiano, onde:

- u - excesso de pressão na água intersticial;
 k_x, k_y, k_z - coeficientes de permeabilidade nas direções x, y e z , respectivamente;
 e_o - índice de vazios inicial do solo;
 S_o - grau de saturação inicial do solo;
 γ_a - peso específico da água;
 C_2 - coeficiente que reflete a compressibilidade do gás existente nos poros (caso de solos não saturados);
 a_v - coeficiente de compressibilidade;
 σ - pressão total no solo.

Para o caso de solos saturados, a equação (1) se transforma em:

$$k_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{a_v \gamma_a}{1 + e_o} \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) \quad (2)$$

Admitindo-se $k_x = k_y$ e chamando:

k_h - coeficiente de permeabilidade horizontal;

k_v - coeficiente de permeabilidade vertical,

e referindo a equação ao sistema de coordenadas cilíndricas, obtêm-se:

$$k_h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + k_v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \frac{a_v \gamma_a}{1 + e_o} \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) \quad (3)$$

Para drenagem apenas radial:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{C_h} \left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) \quad (4)$$

onde:

$$C_h = \frac{k_h (1 + e_o)}{a_v \gamma_a} \quad (5)$$

Em função do tipo de carregamento, dois casos podem ocorrer:

1º - Deformações verticais livres (carregamento frouxo)

Neste caso a pressão total σ é constante em relação ao tempo, e a equação (4) adquire a forma:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{C_h} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (6)$$

2º - Deformações verticais iguais (carregamento rígido)

Neste caso, admitindo-se:

P - carga total atuante;

A - área carregada;

σ' - pressão efetiva intergranular;

p - pressão média de carregamento aplicada;

\bar{u} - excesso médio de pressão na água intersticial,

tem-se:

$$\sigma = \sigma' + u \quad (7)$$

$$p = \frac{P}{A} = \frac{\int \sigma' dA}{A} \quad (8)$$

$$\bar{u} = \frac{\int u dA}{A} \quad (9)$$

Da expressão (7), resulta: $\int \bar{u} dA = \int \sigma dA - \int \sigma' dA$

Dividindo os dois membros por A e considerando que σ' é constante em relação a r (deformações verticais iguais), tem-se:

$$\frac{\int \bar{u} dA}{A} = \frac{\int \sigma dA}{A} - \sigma' \frac{\int dA}{A}$$

Considerando as expressões (8) e (9), obtém-se:

$$\bar{u} = p - \sigma' \quad (10)$$

Derivando a expressão (10) em relação ao tempo, obtém-se:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = - \frac{\partial \sigma'}{\partial t} \quad (11)$$

Derivando a expressão (7) em relação ao tempo e considerando a expressão (11), resulta:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = - \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial t} \quad (12)$$

Finalmente, substituindo a expressão (12) na equação (4), obtém-se:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{C_h} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \quad (13)$$

2.2 - Efeito do Amolgamento

A instalação de drenos de areia em campo, bem como a preparação de corpos-de-prova para a realização de ensaios de adensamento, introduzem perturbações no solo situado nas adjacências da região trabalhada.

A influência desta perturbação poderá ser mais ou menos intensa, dependendo da sensibilidade do solo e do método empregado, seja em campo para execução dos drenos, seja em laboratório para preparação dos corpos-de-prova.

É oportuno citar que o próprio processo normalmente empregado para retirada de amostras indeformadas introduz uma perturbação no solo (circunvizinho) à camisa do amostrador.

Para o estudo teórico da influência das regiões amolgadas no processo de adensamento, Barron¹ admitiu:

- a região amolgada possui espessura constante;
- por ser esta região adjacente ao dreno e se adensar rapidamente, seu adensamento não é considerado, e a zona amolgada é tratada como um material incompressível*.

Assim, as equações (6) e (13) se transformam em:

$$\frac{\partial^2 u'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u'}{\partial r} = 0 \quad (14)$$

onde u' representa o excesso de pressão na água intersticial na região amolgada.

* - O termo "incompressível", usado por Barron para expressar o comportamento hidráulico do material amolgado, não nos parece adequado porquanto a incompressibilidade deste material seria fisicamente incompatível com o estado de deformações admitido para a amostra.

Barron¹, em seu desenvolvimento, estabelece as seguintes relações:

$$n = \frac{r_e}{r_w} ; s = \frac{r_s}{r_w} ; \frac{k_h}{k_s}$$

onde:

- r_e - raio da região de influência (ou externo da amostra);
- r_s - raio da região amolgada;
- r_w - raio do dreno;
- k_s - coeficiente de permeabilidade horizontal do solo amolgado.

Richart⁷, comentando a validade das aproximações teóricas admitidas por Barron¹ na análise da influência da região amolgada, afirma que o modelo representa razoavelmente o comportamento real, porquanto o excesso de pressão na água, na zona perturbada, se dissipa rapidamente, atingindo a condição de fluxo estacionário. Cita ainda que, para um caso extremo no qual $n = 5$, $s = 2$ e $k_h/k_s = 2$, onde o adensamento na região amolgada foi considerado, a condição de fluxo estacionário foi atingida aproximadamente em $T_h = 0,025$.

2.3 - Soluções para Drenagem Radial Interna

Barron¹, baseando-se na Teoria de Terzaghi, desenvolveu a teoria do adensamento para o projeto de instalação de drenos de areia*, considerando como hipóteses básicas:

- 1 - todo o carregamento vertical é inicialmente suportado pelo excesso de pressão na água intersticial;
- 2 - todas as deformações de compressão se processam na direção vertical;

* - A primeira solução teórica para o adensamento com deformações verticais e drenagem radial foi apresentada por Rendulic, em 1935.

3 - a distribuição de drenos mais econômica é aquela representada na Figura 1 .

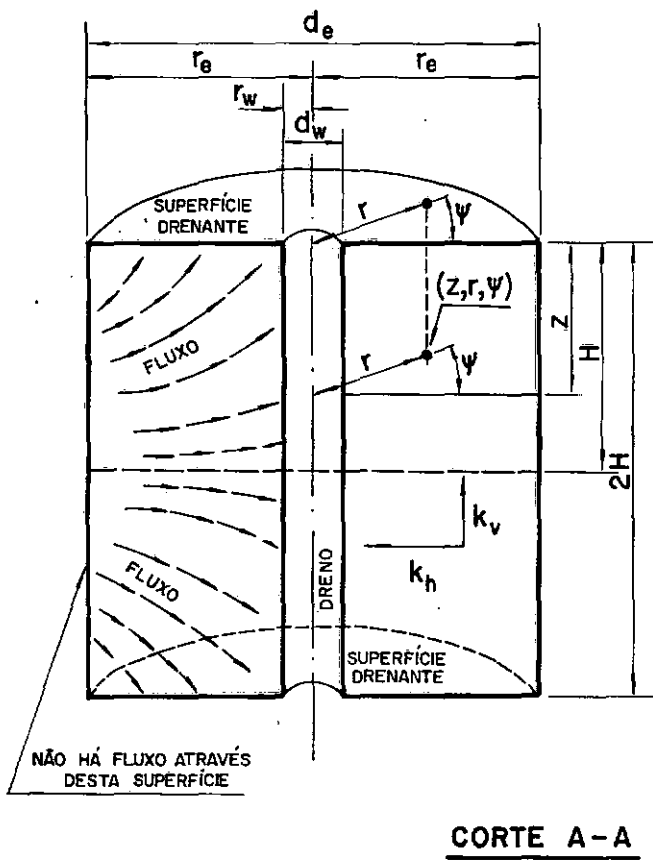
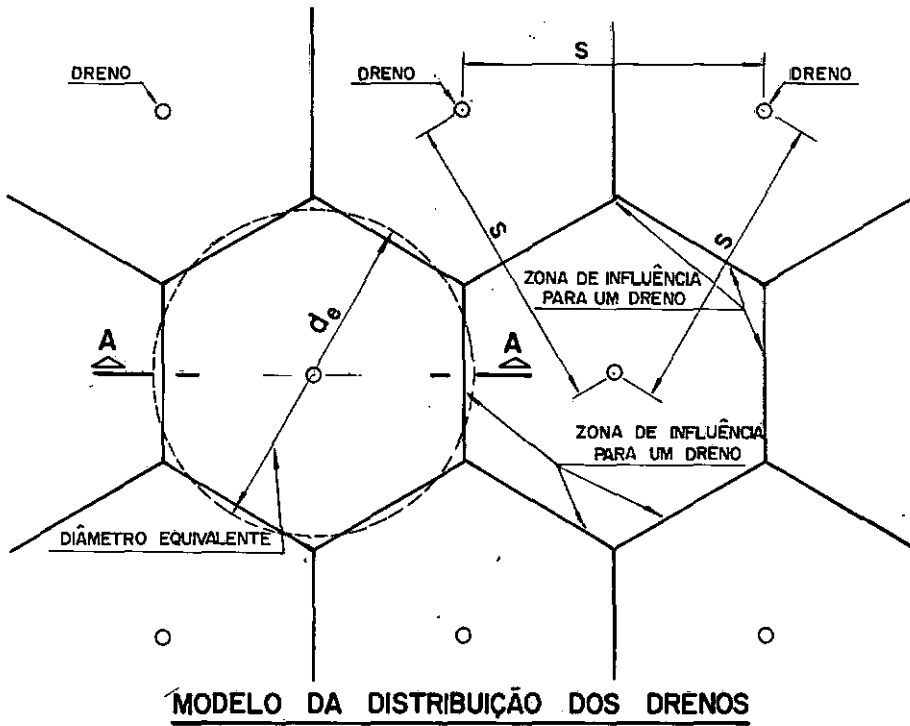


FIG. 1 - MODELO DA DISTRIBUIÇÃO DOS DRENOS E A CONCEPÇÃO DO FLUXO DENTRO DA ZONA DE INFLUÊNCIA DE CADA DRENO. (BARRON, 1948)

- 4 - a zona de influência de cada dreno é um círculo, conforme Figura 1;
- 5 - a distribuição de cargas sobre esta área é uniforme.

O adensamento de camadas compressíveis com drenos verticais de areia envolve fluxo d'água simultâneo nas direções vertical e horizontal. Para esta situação, o resultado final pode ser obtido a partir do estudo das duas condições de fluxo analisadas isoladamente (Carrillo²). Por tratar-se de assunto alheio ao escopo do presente trabalho, não serão incluídas considerações sobre a condição de fluxo vertical.

Solução apresentada para drenagem radial interna com deformações verticais livres e efeito de amolgamento:

$$u_r = u_o \sum_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots}^{\alpha=\infty} \frac{-\frac{2}{s\alpha} U_1(\alpha s) U_o\left(\frac{\alpha r}{r_w}\right) e^{\mu}}{\frac{4}{\pi^2 \alpha^2 s^2} - U_o^2(\alpha s) - U_1^2(\alpha s)} \quad (15)$$

sendo:

$$U_o(\alpha s) = J_o(\alpha s) Y_1(\alpha n) - J_1(\alpha n) Y_o(\alpha s) \quad (16)$$

$$U_1(\alpha s) = J_1(\alpha s) Y_1(\alpha n) - J_1(\alpha n) Y_1(\alpha s) \quad (17)$$

$$U_o\left(\frac{\alpha r}{r_w}\right) = J_o\left(\frac{\alpha r}{r_w}\right) Y_1(\alpha n) - J_1(\alpha n) Y_o\left(\frac{\alpha r}{r_w}\right) \quad (18)$$

$$\mu = -4 n^2 \alpha^2 T_h \quad (19)$$

$$T_h = \frac{C_h t}{d_e^2} \quad (20)$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots - \text{raízes de } \frac{k_s U_0(\alpha s)}{k_h \alpha s \log_e(s)} + U_1(\alpha s) = 0 \quad (21)$$

$$n = \frac{r_e}{r_w} ; s = \frac{r_s}{r_w}$$

onde:

$J_0()$ - função de Bessel de 1^a espécie e ordem 0 (zero);

$J_1()$ - função de Bessel de 1^a espécie e ordem 1;

$Y_0()$ - função de Bessel de 2^a espécie e ordem 0 (zero);

$Y_1()$ - função de Bessel de 2^a espécie e ordem 1;

u_r - excesso de pressão na água intersticial;

C_h - coeficiente de adensamento;

k_h - coeficiente de permeabilidade horizontal na região não amolgada;

k_s - coeficiente de permeabilidade horizontal na região amolgada;

u_o - excesso inicial de pressão na água intersticial (uniforme).

Solução apresentada para drenagem radial interna com de formações verticais iguais, efeito de amolgamento e influência da permeabilidade do material do dreno:

$$u_{rz} = \bar{u}_z \left\{ \frac{f(z)}{V} \left[\log_e \left(\frac{r}{r_s} \right) - \frac{r^2 - r_s^2}{2 r_e^2} + \frac{k_h}{k_s} \left(\frac{n^2 - s^2}{n^2} \right) \log_e(s) \right] + 1 - f(z) \right\} \quad (22)$$

sendo:

$$v = \left[\frac{n^2}{n^2 - s^2} \log_e \left(\frac{n}{s} \right) - \frac{3}{4} + \frac{s^2}{4 n^2} + \frac{k_h}{k_s} \left(\frac{n^2 - s^2}{n^2} \right) \log_e (s) \right] \quad (23)$$

$$\bar{u}_z = u_o e^{\xi f(z)} \quad (24)$$

$$\xi = \frac{-8 T_h}{v} \quad (25)$$

$$f(z) = \frac{e^{\beta(z-2H)} + e^{-\beta z}}{1 + e^{-2\beta H}} \quad (26)$$

$$\beta = \left[\frac{2 k_h (n^2 - s^2)}{k_w r_e^2 v} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

onde:

u_{rz} - excesso de pressão na água intersticial em um ponto de coordenadas r e z ;

\bar{u}_z - excesso médio de pressão na água intersticial entre r_e e r_s para uma profundidade z ;

u_o - excesso médio de pressão na água intersticial entre r_e e r_s para o tempo $t = 0$;

k_w - coeficiente de permeabilidade do material do dreno;

C_h, k_h, k_s - têm o mesmo significado da expressão anterior.

Para analisar a influência da permeabilidade do dreno , Barron¹ admitiu que o coeficiente de permeabilidade vertical é nulo. Assim, embora $\frac{\partial u}{\partial z} \neq 0$, não há fluxo vertical no solo.

Yoshikuni e Nakanodo¹⁵ , tendo em vista também o projeto de poços drenantes, estudaram o adensamento de um cilindro de so-

lo com drenagem radial interna e vertical superior. Admitiram estes pesquisadores as seguintes hipóteses básicas:

- 1 - as hipóteses de Biot para a teoria básica do adensamento tri-dimensional são todas aceitas;
- 2 - as condições de deslocamento nas fronteiras do corpo cilíndrico são:

$$\frac{\partial u_z}{\partial r} = 0 \quad \text{para} \quad t = t, \quad z = 0 \quad \text{e} \quad z = 2H;$$

$$u_r = 0 \quad \text{para} \quad t = t, \quad z = z, \quad r = r_w \quad \text{e} \quad r = r_e;$$

- 3 - a superfície que limita o corpo cilíndrico é lisa;
- 4 - a permeabilidade do material do dreno é finita;
- 5 - os drenos estão saturados com água;
- 6 - há apenas fluxo vertical nos drenos;
- 7 - os drenos não têm rigidez (segundo a direção vertical);
- 8 - a carga total aplicada na superfície superior do cilindro permanece constante.

A equação:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (28)$$

foi integrada, reunindo na mesma análise as duas condições de fluxo. A solução obtida foi:

$$u(z, r, T_h) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{2H} z\right) D_0(\alpha_{mn} r) \times$$

$$\times \exp \left\{ - \left[4\alpha_{mn}^2 r_e^2 + \left(\frac{m\pi r_e^2}{H} \right)^2 \right] T_h \right\} \quad (29)$$

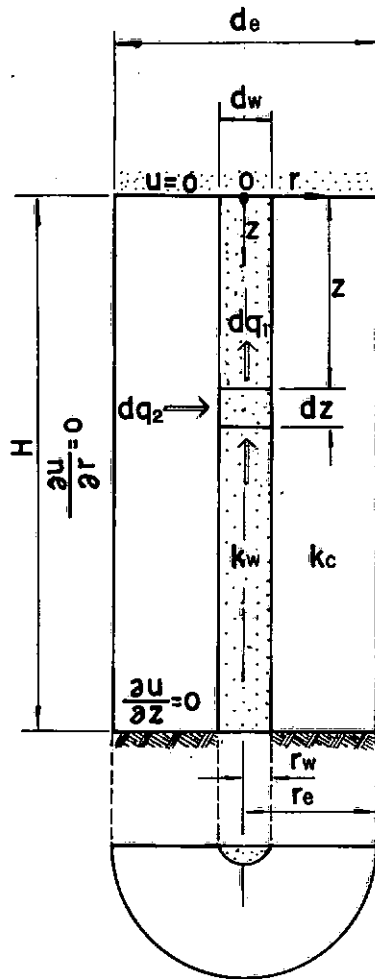


FIG. 2 — REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO DRENO VERTICAL. (YOSHIKUNI E NAKANODO, 1974)

sendo:

$$C_{mn} = \frac{8}{\pi} \frac{1}{L} u_0 \frac{m}{\alpha_{mn}^2 r_e^2} \frac{D_0(\alpha_{mn} r_w)}{D_0^2(\alpha_{mn} r_e) - \frac{1}{N^2} \left[1 + \left(\frac{m^2}{L \alpha_{mn} r_w} \right)^2 \right] D_0^2(\alpha_{mn} r_w)} \quad (30)$$

$$D_i(\alpha r) = J_i(\alpha r) - \frac{J_1(\alpha r_e)}{Y_1(\alpha r_e)} J_i(\alpha r), \quad (i = 0 \text{ ou } 1) \quad (31)$$

$$L = \frac{32}{\pi^2} \frac{k_c}{k_w} \left(\frac{H}{d_w} \right)^2 \quad (32)$$

$$\alpha_{mn} - \text{raízes da equação} \quad \frac{D_0(\alpha_{mn} r_w)}{\alpha_{mn} r_w D_1(\alpha_{mn} r_w)} = - \frac{L}{m^2} \quad (33)$$

$$T_h = \frac{C_v}{r_e^2} t \quad (34)$$

$$N = \frac{r_e}{r_w}; \quad d_w = 2r_w$$

onde:

$J_i(\)$, $Y_i(\)$ - funções de Bessel de 1ª e 2ª espécies e ordem i , respectivamente;

$u(z, r, T_h)$ - excesso de pressão na água intersticial em um ponto;

u_0 - excesso inicial de pressão na água intersticial;

k_c - coeficiente de permeabilidade do solo;

k_w - coeficiente de permeabilidade do material do dreno.

2.4 - Soluções para Drenagem Radial Externa

Para interpretação de um ensaio de adensamento com drenagem radial externa, Silveira¹¹ apresentou solução teórica para a equação (6), chamando atenção para as seguintes considerações:

- 1 - o coeficiente de permeabilidade na direção radial é obtido sem nenhuma perturbação interna na amostra;
- 2 - este processo é mais rápido que qualquer outro para amostras longas usando drenagem nas bases;
- 3 - a amostra pode ter diâmetro moderado e o teste realizado com carregamentos menores;
- 4 - para amostras longas, a precisão das medidas aumenta, permitindo a utilização de instrumentos de menor sensibilidade;
- 5 - o único detalhe prático a ser observado, por ocasião da realização do teste, é preparar o dreno externo entre a amostra e o anel de adensamento, sem fixá-los por atrito e sem causar perturbação na amostra.

Cabe ressaltar que, neste caso, o estudo foi desenvolvido para a condição de deformações verticais livres, tendo sido apresentada a solução:

$$w = w_0 \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} 2 J_0\left(\frac{\beta_n r}{a}\right) \frac{\exp\left(-\beta_n^2 \frac{Ct}{a^2}\right)}{n J_1(\beta_n)} \quad (35)$$

onde:

w - excesso de pressão na água intersticial;

w_0 - excesso inicial de pressão na água intersticial;

- C - coeficiente de adensamento;
a - raio do cilindro (amostra).

Para análise do adensamento de uma amostra em equipamento triaxial, Escario e Uriel⁴ realizaram estudo analítico baseando-se nas seguintes hipóteses:

- 1 - o solo não é isotrópico no que concerne à sua compressibilidade, sendo λ a relação entre as deformações horizontal e vertical para a amostra submetida à pressão triaxial;
- 2 - não existe atrito entre a amostra e as placas das bases;
- 3 - a permeabilidade do dreno é infinita quando comparada com a do solo, sendo, por conseguinte, a pressão na superfície da amostra igual à pressão atmosférica;
- 4 - o solo é saturado;
- 5 - os deslocamentos dos pontos de um plano horizontal são os mesmos na direção do eixo longitudinal da amostra (caso de deformações verticais iguais).

Nestas condições, a distribuição do excesso de pressão na água intersticial é representada pela equação:

$$u = 2 u_0 e^{-\frac{8 T_{ht}}{1 + 2\lambda}} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad (36)$$

sendo:

$$T_{ht} = \frac{C_v t}{R^2} \quad (37)$$

onde:

u_0 - excesso médio inicial de pressão na água intersticial;

C_v - coeficiente de adensamento;

R - raio da amostra.

Scott⁹, estudando o adensamento com drenagem radial externa, abordou o problema sob as duas já mencionadas condições de deformações:

1 - deformações verticais livres ;

2 - deformações verticais iguais .

Para a condição (1), o citado autor simplesmente transcreveu a solução de Silveira¹¹. Para a condição (2), resolveu a equação (13) incluindo a influência do amolgamento junto à periferia da amostra. Esta influência foi computada segundo as mesmas suposições básicas admitidas por Barron¹. Assim, o resultado obtido foi:

$$U = 1 - e^{-\frac{8T}{m}} \quad (38)$$

sendo:

$$m = \left(1 + 4 \frac{k_r}{K a}\right) \quad (39)$$

$$T = \frac{C_r t}{a^2} \quad (40)$$

onde:

U - grau médio de adensamento;

C_r - coeficiente de adensamento;

a - raio da região não amolgada da amostra;

k_r - coeficiente de permeabilidade do solo;

$1/K$ - resistência hidráulica superficial de contato ("surface hydraulic contact resistance").

Yoshikuni e Nakanodo¹⁶ estudaram o processo de adensamento de um cilindro de argila, com drenagem radial externa, como aplicação da teoria baseada no conceito de potencial de adensamento ("consolidation potential"). Neste estudo foram considerados quatro casos:

- 1º caso - Adensamento K_0 com a carga vertical média \bar{p}_z mantida constante e a carga radial p_r controlada (decrescendo).
- 2º caso - Adensamento K_0 com a carga radial p_r mantida constante e a carga vertical média \bar{p}_z controlada (crescendo).
- 3º caso - Adensamento isotrópico com a carga mantida constante.
- 4º caso - Adensamento com deformações verticais nulas e a carga radial mantida constante.

Foram admitidas ainda as seguintes hipóteses:

- 1 - solo homogêneo;
- 2 - saturação completa;
- 3 - compressibilidade das partículas de solo e da água desprezíveis;
- 4 - isotropia do solo;
- 5 - linearidade da relação tensão \times deformação do solo;
- 6 - pequenas deformações;
- 7 - validade da lei de Darcy.

A equação diferencial que engloba os quatro casos é:

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\partial^2 U}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \rho} - \alpha \frac{d\bar{U}}{dT} \quad (41)$$

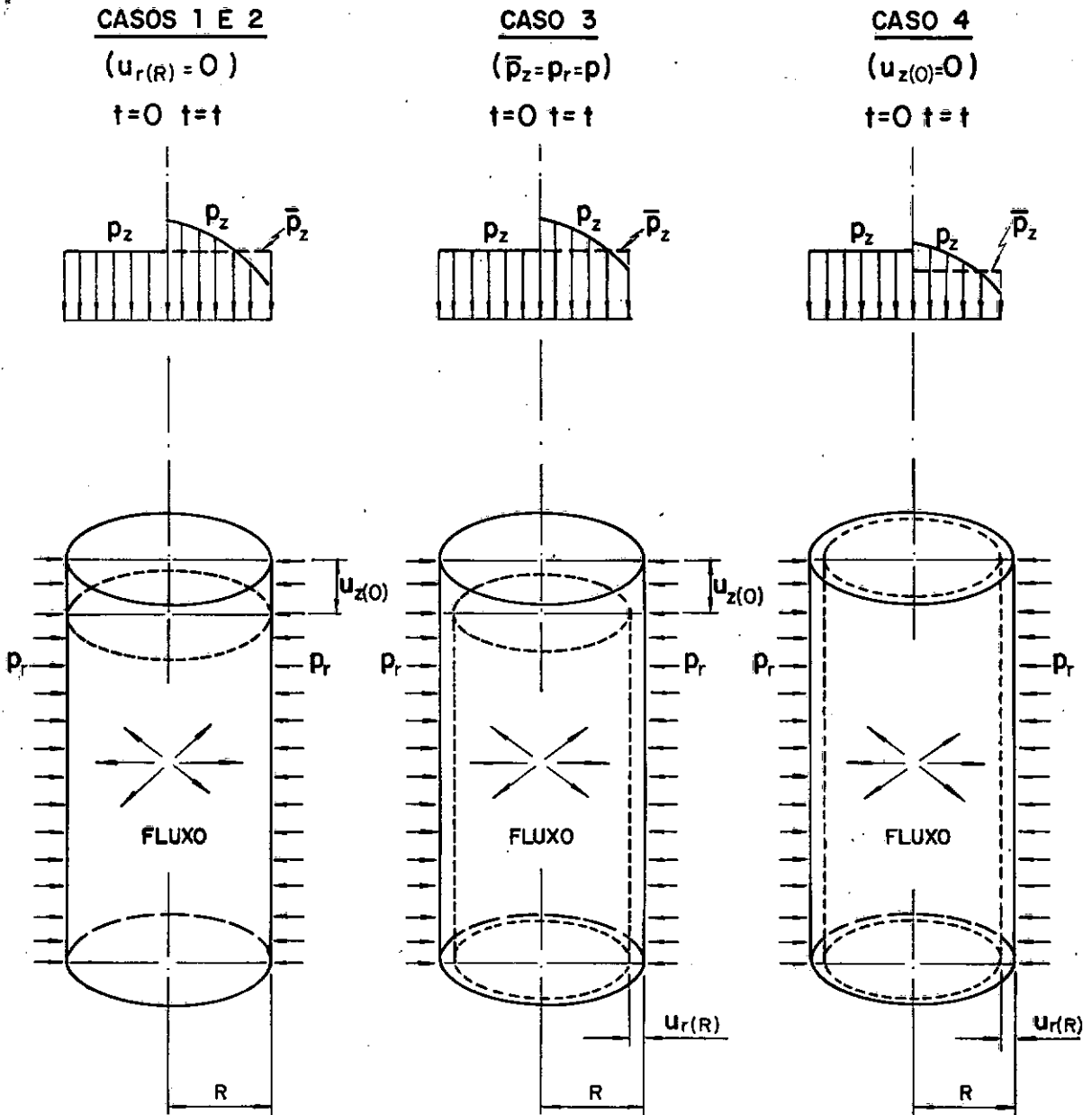


FIG. 3 — ASPECTOS DEFORMADOS DE UM CILINDRO DE ARGILA EM ADENSAMENTO. (YOSHIKUNI E NAKANODO, 1975)

sendo:

$$\phi = (\alpha + 1) p - \alpha \bar{u} \quad (42)$$

$$T = \frac{C_h}{R^2} t \quad (43)$$

$$\rho = \frac{r}{R} ; U = \frac{u}{p}$$

onde:

u - excesso de pressão na água intersticial;

\bar{u} - valor médio de u ;

$\{p\}$ - incremento de carga aplicada;

C_h - coeficiente de adensamento;

R - raio do cilindro de argila;

ϕ - potencial de adensamento, definido pela equação:

$$\phi = (\lambda + 2\mu) e + u$$

e - deformação volumétrica;

λ, μ - constantes de Lamé;

α - fator definido para cada um dos quatro casos em função de λ, μ e ν ;

$\{v\}$ - coeficiente de Poisson.

Adotando a técnica das diferenças finitas, usando os intervalos:

$$\Delta\rho = \frac{1}{40} \quad \text{e} \quad \frac{\Delta T}{\Delta\rho^2} = \frac{1}{5}$$

e tendo em conta as condições de fronteira e inicial, o problema foi resolvido numericamente.

III - ENSAIO DE ADENSAMENTO COM DRENAGEM RADIAL INTERNA E EXTERNA - FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 - Formulação do Problema

Seja uma amostra anelar de solo, esquematicamente representada na figura 4, dotada interna e externamente de drenos e que, através de ensaio, é submetida a um processo de adensamento. Esta amostra é subdividida em três regiões geometricamente definidas:

- Região I - Representa um volume de solo amolgado, circunvizinho ao dreno interno.
- Região II - Representa o volume de solo não amolgado.
- Região III - Representa um volume de solo amolgado, circunvizinho ao dreno externo.

As regiões I e III são decorrentes das perturbações introduzidas na amostra por ocasião da instalação dos drenos ou da própria preparação do corpo-de-prova.

Para a análise das zonas perturbadas, as seguintes hipóteses são admitidas:

- 1 - cada região amolgada possui espessura constante;
- 2 - o adensamento dessas regiões, por se processar rapidamente, não é considerado.

Na região II, as condições de fluxo ficam definidas pela equação:

$$\frac{\partial^2 u'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u'}{\partial r} = 0 \quad (14)$$

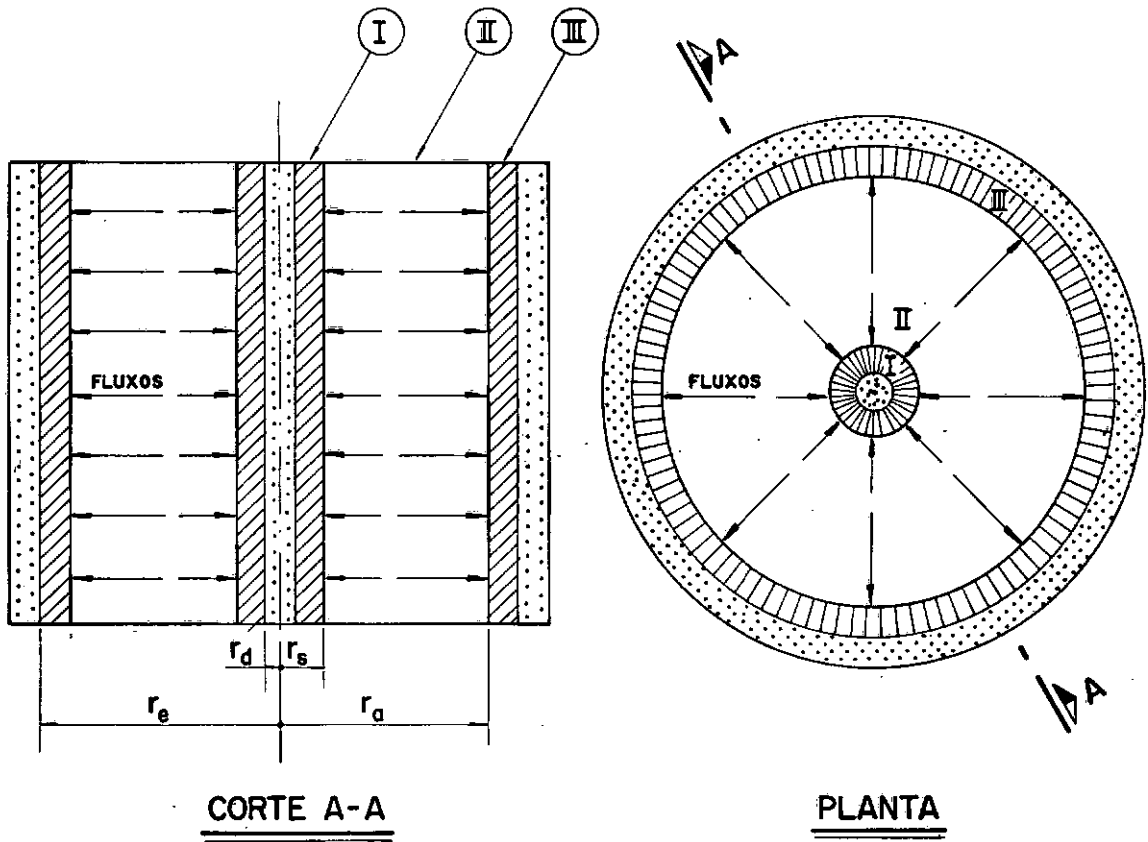


FIG. 4

com as condições de fronteira:

$$1 - u' = u'_{rs} \quad \text{para} \quad r = r_s ;$$

$$2 - u' = 0 \quad \text{para} \quad r = r_d ;$$

onde:

u' - excesso de pressão na água intersticial na região I ;

u'_{rs} - valor de u' para $r = r_s$;

r_s , r_d - definidos na figura 4 .

Tendo em vista a continuidade do fluxo d'água da região II para a região I, podemos estabelecer as condições adicionais :

- 3 - O excesso de pressão na água intersticial na fronteira entre as duas regiões é o mesmo, tanto para a região I como para a região II:

$$u'_{rs} = u_{rs}$$

onde u_{rs} representa o excesso de pressão na água intersticial na região II para $r = r_s$.

- 4 - O volume de água que sai da região II é igual ao volume que entra na região I, para um certo intervalo de tempo:

$$\left[k_s \frac{\partial u'}{\partial r} = k_h \frac{\partial u}{\partial r} \right]_{r=r_s}$$

onde:

u - excesso de pressão na água intersticial na região II;

k_h - coeficiente de permeabilidade do solo não amolgado (região II);

k_s - coeficiente de permeabilidade do solo amolgado (região I).

Na região III, com procedimento idêntico ao da região I, podemos estabelecer a equação:

$$\frac{\partial^2 u''}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u''}{\partial r} = 0 \quad (44)$$

com as condições de fronteira:

$$1 - u'' = u''_{ra} \quad \text{para} \quad r = r_a ;$$

$$2 - u'' = 0 \quad \text{para} \quad r = r_e ;$$

$$3 - u''_{ra} = u_{ra} ;$$

$$4 - \left| k_a \frac{\partial u''}{\partial r} = k_h \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=r_a} ,$$

onde:

u'' - excesso de pressão na água intersticial na região III ;

u''_{ra} - valor de u'' para $r = r_a$;

r_a, r_e - definidos na figura 4 ;

u_{ra} - valor de u (região II) para $r = r_a$;

k_a - coeficiente de permeabilidade do solo amolgado (região III).

A região II, constituída pelo trecho indeformado da amostra, é estudada tendo em vista a teoria do adensamento com base nas hipóteses abaixo relacionadas:

- 1 - as partículas sólidas e a água intersticial são incompressíveis;
- 2 - é válida a lei de Darcy;
- 3 - os coeficientes de permeabilidade e de compressibilidade do solo são constantes;
- 4 - as deformações são de pequena magnitude e ocorrem apenas na direção vertical (eixo da amostra);
- 5 - as deformações verticais são iguais em todos os pontos da amostra;
- 6 - o carregamento vertical aplicado é mantido constante durante o processo, sendo inicialmente todo suportado pela água;

- 7 - a permeabilidade dos materiais que constituem os drenos é infinita;
- 8 - a amostra e os drenos estão saturados com água;
- 9a - os drenos não têm rigidez segundo a direção vertical (para o caso de ensaios triaxiais);
- 9b - o dreno interno não possui rigidez segundo a direção vertical, bem como não há atrito entre a amostra e a pedra porosa que a envolve (para o caso de ensaios oedométricos).

Nestes termos, a equação diferencial básica é:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{C_h} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \quad (13)$$

onde C_h é o coeficiente de adensamento com compressão vertical e drenagem horizontal (radial).

Condições de fronteira:

- 1 - $u = u_{rs}$ para $r = r_s$;
- 2 - $k_h \frac{\partial u}{\partial r} = k_s \frac{\partial u'}{\partial r}$ para $r = r_s$;
- 3 - $u = u_{ra}$ para $r = r_a$;
- 4 - $k_h \frac{\partial u}{\partial r} = k_a \frac{\partial u''}{\partial r}$ para $r = r_a$.

Condição inicial :

- 5 - $\bar{u} = u_0$ para $t = 0$,

sendo:

$$\bar{u} = \frac{\int_{r_s}^{r_a} 2\pi r u dr}{\pi(r_a^2 - r_s^2)} \quad (45)$$

onde:

\bar{u} - excesso médio de pressão na água intersticial entre r_s e r_a para o tempo t qualquer ;

u_0 - excesso médio inicial de pressão na água intersticial entre r_s e r_a .

Com a finalidade de simplificar o desenvolvimento matemático, são definidas as relações:

$$n = \frac{r_e}{r_d} ; s = \frac{r_s}{r_d} ; a = \frac{r_a}{r_d} ;$$

$$\rho = \frac{k_h}{k_s} ; \delta = \frac{k_h}{k_a}$$

3.2 - Integração das Equações

Região I (amolgada interna)

Multiplicando a equação (14) por r^2 , obtém-se :

$$r^2 \frac{\partial^2 u'}{\partial r^2} + r \frac{\partial u'}{\partial r} = 0 \text{ (eq. homogênea, do tipo Cauchy-Euler)} \quad (46)$$

Fazendo $r = e^x$, vem:

$$\frac{\partial u'}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial u'}{\partial x} \quad (47)$$

$$\frac{\partial^2 u'}{\partial r^2} = \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x^2} - \frac{\partial u'}{\partial x} \right) \quad (48)$$

Substituindo as expressões (47) e (48) na equação (46), resulta:

$$r \frac{1}{r} \frac{\partial u'}{\partial x} + r^2 \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x^2} - \frac{\partial u'}{\partial x} \right) = 0$$

Simplificando, chega-se a $\frac{\partial^2 u'}{\partial x^2} = 0$, cuja solução é :

$$u' = C_1 x + C_2$$

onde C_1 e C_2 são constantes a determinar.

Considerando que $r = e^x$ e, por conseguinte, $x = \log_e(r)$, tem-se:

$$u' = C_1 \log_e(r) + C_2 \quad (49)$$

$$\text{Pela condição (2) : } C_2 = - C_1 \log_e(r_d) \quad (50)$$

$$\text{Pela condição (1) : } C_1 = \frac{u'_{rs}}{\log_e\left(\frac{r_s}{r_d}\right)} = \frac{u'_{rs}}{\log_e(s)} \quad (51)$$

Com as expressões (49), (50) e (51) chega-se a:

$$u' = u'_{rs} \frac{\log_e\left(\frac{r}{r_d}\right)}{\log_e(s)} \quad (52)$$

Região III (amolgada externa)

Com o mesmo caminamento adotado para a região I e com as novas condições de fronteira, a solução da equação (44) é:

$$u'' = u''_{ra} \frac{\log_e\left(\frac{r}{r_e}\right)}{\log_e\left(\frac{a}{\bar{n}}\right)} \quad (53)$$

Região II (não amolgada)

Derivando a expressão (52) em relação a r e considerando as condições (3) e (4) referentes à região I, obtém-se:

$$\left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=r_s} = \frac{u_{rs}}{\rho \log_e(s)} \frac{1}{r_s} \quad (54)$$

Derivando a expressão (53) em relação a r e considerando as condições (3) e (4) referentes à região III, obtém-se:

$$\left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=r_a} = \frac{u_{ra}}{\delta \log_e\left(\frac{a}{n}\right)} \frac{1}{r_a} \quad (55)$$

As expressões (54) e (55) representam, respectivamente, as condições (2) e (4) para a região II, sob novo aspecto.

Para a equação (13), admite-se solução da forma $u = RT$, onde:

R - função apenas de r ;

T - função apenas de t .

Assim, derivando a expressão de u uma e duas vezes em relação a r , vem:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = T \frac{dR}{dr} \quad (56)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = T \frac{d^2 R}{dr^2} \quad (57)$$

O valor médio de u é:

$$\bar{u} = \frac{2 \int_{r_s}^{r_a} R r dr}{r_a^2 - r_s^2} T$$

ou:

$$\bar{u} = \beta T \quad (58)$$

onde:

$$\beta = \frac{2 \int_{r_s}^{r_a} R r dr}{r_a^2 - r_s^2} \text{ (constante)} \quad (59)$$

Substituindo as expressões (56), (57) e (58) na equação (13), resulta:

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} = \frac{\beta}{C_h} \frac{1}{T} \frac{dT}{dt}$$

que pode ser desmembrada em:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} = b \\ \frac{\beta}{C_h} \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} = b \end{array} \right. \quad (60)$$

$$(61)$$

sendo b uma constante.

A equação (61) tem como solução:

$$T = C e^{\frac{b C_h}{\beta} t} \quad (62)$$

Considerando a condição inicial (5):

$$T = \frac{u_o e^{\frac{b C_h}{\beta} t}}{\beta} \quad (63)$$

Para o tempo $t = \infty$, $u = 0$. Então,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (T) = 0$$

impondo que $\frac{b C_h}{\beta}$ seja real e negativo.

Fazendo $\alpha = -\frac{b C_h}{\beta}$ (α real, positivo) na equação (63), obtém-se:

$$T = \frac{u_o e^{-\alpha t}}{\beta} \quad (64)$$

Multiplicando a equação (60) por r^2 e lembrando que $b = -\frac{\alpha \beta}{C_h}$, tem-se a equação:

$$r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} = -\frac{\alpha \beta}{C_h} r^2 \quad (\text{Cauchy-Euler}) \quad (65)$$

Fazendo $r = e^x$, vem:

$$\frac{dR}{dr} = \frac{1}{r} \frac{dR}{dx} \quad (66)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} = \frac{1}{r^2} \left(\frac{d^2 R}{dx^2} - \frac{dR}{dx} \right) \quad (67)$$

Substituindo as expressões (66) e (67) na equação (65), resulta:

$$r^2 \frac{1}{r^2} \left(\frac{d^2 R}{dx^2} - \frac{dR}{dx} \right) + r \frac{1}{r} \frac{dR}{dx} = - \frac{\alpha\beta}{C_h} e^{2x}$$

Simplificando, chega-se à equação:

$$\frac{d^2 R}{dx^2} = - \frac{\alpha\beta}{C_h} e^{2x}$$

cuja solução é:

$$R = - \frac{\alpha\beta}{4 C_h} e^{2x} + C_1 x + C_2 \quad (68)$$

onde $\left(\frac{\alpha\beta}{4 C_h}\right)$, C_1 e C_2 são constantes a determinar.

Transformando a expressão (68) para a variável r , obtêm-se:

$$R = - \frac{\alpha\beta}{4 C_h} r^2 + C_1 \log_e(r) + C_2 \quad (69)$$

Levando em consideração (64) e (69), a solução da equação (13) é:

$$u = \frac{u_0 e^{-\alpha t}}{\beta} \left(- \frac{\alpha\beta}{4 C_h} r^2 + C_1 \log_e(r) + C_2 \right) \quad (70)$$

Fazendo $C_3 = \frac{C_1}{\beta}$ e $C_4 = \frac{C_2}{\beta}$ em (70), vem:

$$u = u_0 e^{-\alpha t} \left(- \frac{\alpha}{4 C_h} r^2 + C_3 \log_e(r) + C_4 \right) \quad (71)$$

Aplicando as condições de fronteira na expressão (71), obtêm-se:

pela condição (1) :

$$u_o e^{-\alpha t} \left(-\frac{\alpha}{4 C_h} r_s^2 + C_3 \log_e(r_s) + C_4 \right) = u_{rs} \quad (72)$$

pela condição (2) :

$$u_o e^{-\alpha t} \left(-\frac{2\alpha}{4 C_h} r_s + \frac{C_3}{r_s} \right) = \frac{u_{rs}}{\rho \log_e(s)} \frac{1}{r_s} \quad (73)$$

pela condição (3) :

$$u_o e^{-\alpha t} \left(-\frac{\alpha}{4 C_h} r_a^2 + C_3 \log_e(r_a) + C_4 \right) = u_{ra} \quad (74)$$

pela condição (4) :

$$u_o e^{-\alpha t} \left(-\frac{2\alpha}{4 C_h} r_a + \frac{C_3}{r_a} \right) = \frac{u_{ra}}{\delta \log_e\left(\frac{a}{n}\right)} \frac{1}{r_a} \quad (75)$$

Dividindo (72) por (73), tem-se :

$$-\frac{\alpha}{4 C_h} (1 - 2\rho \log_e(s)) r_s^2 + C_3 (\log_e(r_s) - \rho \log_e(s)) + C_4 = 0 \quad (76)$$

Dividindo (74) por (75), tem-se :

$$-\frac{\alpha}{4 C_h} (1 + 2\delta \log_e\left(\frac{n}{a}\right)) r_a^2 + C_3 (\log_e(r_a) + \delta \log_e\left(\frac{n}{a}\right)) + C_4 = 0 \quad (77)$$

Considerando a condição inicial (5) :

$$\frac{\left| \int_{r_s}^{r_a} 2\pi r u dr \right|_{t=0}}{\pi (r_a^2 - r_s^2)} = u_o$$

donde:

$$\frac{2 u_0}{r_a^2 - r_s^2} \int_{r_s}^a \left(-\frac{\alpha}{4 C_h} r^3 + C_3 r \log_e(r) + C_4 r \right) dr = u_0$$

Desenvolvendo, chega-se a:

$$-\frac{\alpha}{4 C_h} \frac{a^2 + s^2}{2} r_d^2 + C_3 \left(\frac{a^2}{a^2 - s^2} \log_e\left(\frac{a}{s}\right) + \log_e(r_s) - \frac{1}{2} \right) + C_4 = 1 \quad (78)$$

Designando:

$$A = \frac{a^2 + s^2}{2} r_d^2 \quad (79)$$

$$B = \frac{a^2}{a^2 - s^2} \log_e\left(\frac{a}{s}\right) + \log_e(r_s) - \frac{1}{2} \quad (80)$$

$$C = (1 - 2 \rho \log_e(s)) r_s^2 \quad (81)$$

$$D = \log_e(r_s) - \rho \log_e(s) \quad (82)$$

$$E = (1 + 2 \delta \log_e\left(\frac{n}{a}\right)) r_a^2 \quad (83)$$

$$F = \log_e(r_a) + \delta \log_e\left(\frac{n}{a}\right) \quad (84)$$

$$x = -\frac{\alpha}{4 C_h} \quad (85)$$

$$y = C_3 \quad (86)$$

$$z = C_4 \quad (87)$$

e substituindo nas equações (76), (77) e (78), obtêm-se o sistema:

$$\begin{cases} Ax + By + z = 1 \\ Cx + Dy + z = 0 \\ Ex + Fy + z = 0 \end{cases}$$

para o qual a solução é:

$$x = \frac{D - F}{A(D-F) + B(E-C) + CF - DE} \quad (88)$$

$$y = \frac{E - C}{A(D-F) + B(E-C) + CF - DE} \quad (89)$$

$$z = \frac{CF - DE}{A(D-F) + B(E-C) + CF - DE} \quad (90)$$

Considerando (85), (86) e (87), e substituindo as expressões (88), (89) e (90) em (71), chega-se a:

$$u = u_0 e^{-\alpha t} \left[\frac{(D-F) r^2 + (E-C) \log_e(r) + CF - DE}{A(D-F) + B(E-C) + CF - DE} \right] \quad (91)$$

Tendo em vista as expressões (79) a (84), e após transformações, obtêm-se:

$$\begin{aligned} & (D-F) r^2 + (E-C) \log_e(r) + CF - DE = \\ & = \frac{r_e^2}{n^2} \left\{ (a^2 - s^2 + 2 \delta a^2 \log_e\left(\frac{n}{a}\right) + 2 \rho s^2 \log_e(s)) \log_e\left(\frac{r}{r_s}\right) - \right. \\ & - \left(\log_e\left(\frac{a}{s}\right) + \rho \log_e(s) + \delta \log_e\left(\frac{n}{a}\right) \right) \frac{r^2 - r_s^2}{r_d^2} + \\ & + \rho \log_e(s) \left[a^2 - s^2 - 2s^2 \log_e\left(\frac{a}{s}\right) + 2\delta (a^2 - s^2) \log_e\left(\frac{n}{a}\right) \right] \left. \right\} = \frac{r_e^2}{n^2} \{F(r)\} \end{aligned} \quad (92)$$

$$\begin{aligned}
& A(D-F) + B(E-C) + CF - DE = \\
& = \frac{r_e^2}{n^2} \left\{ \frac{a^2 + s^2}{2} \log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \rho \frac{a^2 - 3s^2}{2} \log_e(s) - \frac{a^2 - s^2}{2} + \right. \\
& + \frac{2 \rho s^4}{a^2 - s^2} \log_e(s) \log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \delta \log_e \left(\frac{n}{a} \right) \left[\frac{2 a^4}{a^2 - s^2} \log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \right. \\
& \left. \left. + 2 \rho (a^2 - s^2) \log_e(s) + \frac{s^2 - 3a^2}{2} \right] \right\} = \frac{r_e^2}{n^2} \{F1\} \quad (93)
\end{aligned}$$

Então, substituindo (92) e (93) em (91), vem:

$$u = u_o e^{-\alpha t} \frac{F(r)}{F1} \quad (94)$$

Substituindo (85) e (79) a (84) em (88), tem-se:

$$\frac{\alpha}{4 C_h} = \frac{2}{4a^2 r_d^2 F1} \left[2a^2 \left(\log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \rho \log_e(s) + \delta \log_e \left(\frac{n}{a} \right) \right) \right] = \frac{2}{d_a^2 F1} [F2] \quad (95)$$

onde $d_a = 2r_a$. Assim,

$$\alpha = \frac{8 C_h}{d_a^2 \frac{F1}{F2}} \quad (96)$$

e

$$\alpha t = \frac{8}{\frac{F1}{F2}} \frac{C_h t}{d_a^2} \quad (97)$$

Fazendo:

$$v = \frac{F1}{F2} \quad (98)$$

e

$$T_h = \frac{C_h \cdot t}{d_a^2} \quad (99)$$

e substituindo em (97), obtêm-se:

$$\alpha t = \frac{8 T_h}{v} \quad (100)$$

Finalmente,

$$u = u_0 e^{-\frac{8 T_h}{v} \frac{F(r)}{F1}} \quad (101)$$

onde:

$$F(r) = \left\{ \left(a^2 - s^2 + 2 \delta a^2 \log_e \left(\frac{n}{a} \right) + 2 \rho s^2 \log_e(s) \right) \log_e \left(\frac{r}{r_s} \right) - \right. \\ \left. - \frac{s^2}{2a^2} F2 \left(\frac{r^2}{r_s^2} - 1 \right) + \rho \log_e(s) \left[a^2 - s^2 - 2 s^2 \log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \delta (a^2 - s^2) \log_e \left(\frac{n}{a} \right) \right] \right\} \quad (102)$$

$$F1 = \left\{ \frac{a^2 + s^2}{2} \log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \rho \frac{a^2 - 3s^2}{2} \log_e(s) - \frac{a^2 - s^2}{2} + \right. \\ \left. + \frac{2 \rho s^4}{a^2 - s^2} \log_e(s) \log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \delta \log_e \left(\frac{n}{a} \right) \left[\frac{2a^2}{a^2 - s^2} \log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \rho (a^2 - s^2) \log_e(s) + \frac{s^2 - 3a^2}{2} \right] \right\} \quad (103)$$

$$F_2 = \left[2 a^2 (\log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \rho \log_e(s) + \delta \log_e \left(\frac{n}{a} \right)) \right] \quad (104)$$

$$v = \frac{F1}{F2} \quad (105)$$

3.3 - Casos Particulares

1º Caso - As regiões I e III possuem a mesma espessura e o mesmo coeficiente de permeabilidade.

Então,

$$\delta = \rho ; (r_e - r_a) = (r_s - r_d)$$

e a nova expressão é:

$$u = u_o e^{-\frac{8 T_h}{v'}} \frac{F'(r)}{F1'} \quad (106)$$

onde:

$$F'(r) = \left\{ (a^2 - s^2 + 2 \rho a^2 \log_e \left(\frac{n}{a} \right) + 2 \rho s^2 \log_e(s)) \log_e \left(\frac{r}{r_s} \right) - \right. \\ \left. - \frac{s^2}{2a^2} F2' \left(\frac{r^2}{r_s^2} - 1 \right) + \rho \log_e(s) \left[a^2 - s^2 - 2s^2 \log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \rho (a^2 - s^2) \log_e \left(\frac{n}{a} \right) \right] \right\} \quad (107)$$

$$F1' = \left\{ \frac{a^2 + s^2}{2} \log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \rho \frac{a^2 - 3s^2}{2} \log_e(s) - \frac{a^2 - s^2}{2} + \right. \\ \left. + \frac{2 \rho s^4}{a^2 - s^2} \log_e(s) \log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \rho \log_e \left(\frac{n}{a} \right) \left[\frac{2a^4}{a^2 - s^2} \log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \rho (a^2 - s^2) \log_e(s) + \frac{s^2 - 3a^2}{2} \right] \right\} \quad (108)$$

$$F2' = \left[2a^2 \left(\log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \rho \log_e \left(\frac{ns}{a} \right) \right) \right] \quad (109)$$

$$a = n - s + 1 \quad (110)$$

$$v' = \frac{F1'}{F2'} \quad (111)$$

2º caso - Não há regiões amolgadas, Existe apenas a região II (não amolgada).

Neste caso, $r_a = r_e$; $r_s = r_d$, conduzindo a $s=1$; $a = n$.

Para esta situação, a solução é:

$$u = u_o e^{-\frac{8 T_h}{v''} \frac{F''(r)}{F1''}} \quad (112)$$

onde:

$$F''(r) = \left[(n^2 - 1) \log_e \left(\frac{r}{r_d} \right) - \log_e(n) \left(\frac{r^2}{r_d^2} - 1 \right) \right] \quad (113)$$

$$F1'' = \left(\frac{n^2 + 1}{2} \log_e(n) - \frac{n^2 - 1}{2} \right) \quad (114)$$

$$v'' = \left(\frac{n^2 + 1}{4 n^2} - \frac{n^2 - 1}{4 n^2 \log_e(n)} \right) \quad (115)$$

3.4 - Verificação da Solução Obtida

A título de verificação, a solução obtida para drenagem radial dupla é submetida a condições limites que definem modelos para os quais já existem soluções teóricas. Estas são então comparadas com os resultados.

1º modelo - Adensamento com drenagem radial externa e efeito de amolgamento junto ao dreno.

Fazendo inicialmente $r_s = r_d$ ($s = 1$), vem:

$$u = u_o e^{-\frac{8 T_h}{v'''} \frac{F'''(r)}{F1'''}}$$

onde:

$$F'''(r) = \left[(a^2 - 1 + 2 \delta a^2 \log_e(\frac{n}{a})) \log_e(\frac{r}{r_d}) - \frac{F2'''}{2a^2} (\frac{r^2}{r_d^2} - 1) \right]$$

$$F1''' = \left[\frac{a^2 + 1}{2} \log_e(a) - \frac{a^2 - 1}{2} + \delta \log_e(\frac{n}{a}) \left(\frac{2a^4}{a^2 - 1} \log_e(a) + \frac{1 - 3a^2}{2} \right) \right]$$

$$F2''' = \left[2a^2 (\log_e(a) + \delta \log_e(\frac{n}{a})) \right]$$

$$v''' = \frac{F1'''}{F2'''}$$

Considerando que:

$$\log_e(\frac{r}{r_d}) = \log_e(r) - \log_e(r_d)$$

$$\log_e(a) = \log_e(\frac{r_a}{r_d}) = \log_e(r_a) - \log_e(r_d)$$

e multiplicando e dividindo as expressões de u e v''' por

$$\frac{r_d^2}{\log_e(r_d)}$$

obtém-se:

$$u = u_0 e^{-\frac{8 T_h}{v'''} \frac{G(r)}{G1}}$$

onde:

$$G(r) = \left[\left(\frac{r_a^2 - r_d^2}{\log_e(r_d)} + \frac{2 \delta r_a^2 \log_e\left(\frac{r_e}{r_a}\right)}{\log_e(r_d)} \right) \log_e(r) - (r_a^2 - r_d^2 + \right. \\ \left. + 2 \delta r_a^2 \log_e\left(\frac{r_e}{r_a}\right)) - \left(\frac{\log_e(r_a)}{\log_e(r_d)} - 1 + \delta \frac{\log_e\left(\frac{n}{a}\right)}{\log_e(r_d)} \right) (r^2 - r_d^2) \right]$$

$$G1 = \left[\frac{r_a^2 + r_d^2}{2} \frac{\log_e(r_a)}{\log_e(r_d)} - \frac{r_a^2 + r_d^2}{2} - \frac{r_a^2 - r_d^2}{2 \log_e(r_d)} + \right. \\ \left. + \frac{2 \delta r_a^2}{1 - \frac{r_d^2}{r_a^2}} \log_e\left(\frac{r_e}{r_a}\right) \cdot \frac{\log_e(r_a)}{\log_e(r_d)} - \frac{2 \delta r_a^2}{1 - \frac{r_d^2}{r_a^2}} \log_e\left(\frac{r_e}{r_a}\right) + \right. \\ \left. + \frac{r_d^2 - 3r_a^2}{2} \delta \frac{\log_e\left(\frac{r_e}{r_a}\right)}{\log_e(r_d)} \right]$$

$$G2 = \left[2 r_a^2 \left(\frac{\log_e(r_a)}{\log_e(r_d)} - 1 + \delta \frac{\log_e\left(\frac{n}{a}\right)}{\log_e(r_d)} \right) \right]$$

Fazendo agora $u = \lim_{r_d \rightarrow 0} (u_o e^{-\frac{8 T_h}{v'''}} \frac{G(r)}{G1})$, vem:

$$u = \frac{2 u_o e^{-\frac{32 T_h}{\phi_1}}}{\phi_1} \left[\left(1 - \frac{r^2}{r_a^2} \right) + 2 \delta \log_e\left(\frac{r_e}{r_a}\right) \right] \quad (116)$$

onde:

$$\phi_1 = (1 + 4 \delta \log_e\left(\frac{r_e}{r_a}\right)) \quad (117)$$

Voltando à análise da região III, admitindo-se que:

$$\frac{r_e - r_a}{r_a} \approx 0$$

o termo $\frac{1}{r} \frac{\partial u''}{\partial r}$ na equação (44) pode então ser desprezado. Assim, com a aproximação acima, a equação do fluxo nesta região passa a ser:

$$\frac{\partial^2 u''}{\partial r^2} = 0 \quad (118)$$

cuja solução para as condições de fronteira é:

$$u'' = \frac{r_e - r}{r_e - r_a} u''_{ra} \quad (119)$$

e sua derivada:

$$\frac{\partial u''}{\partial r} = - \frac{u''_{ra}}{r_e - r_a} \quad (120)$$

Considerando que:

$$u_{ra} = u''_{ra} ; \quad \left| k_a \frac{\partial u''}{\partial r} = k_h \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=r_a}$$

e integrando a equação (13) para as condições:

$$1) \quad u = u_{ra} \quad \text{para} \quad r = r_a ;$$

$$2) \quad \frac{\partial u}{\partial r} = - \frac{u_{ra}}{\delta(r_e - r_a)} \quad \text{para} \quad r = r_a ;$$

$$3) \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad \text{para} \quad r = 0 ;$$

$$4) \quad \bar{u} = u_0 \quad \text{para} \quad t = 0 ,$$

obtém-se a solução:

$$\bullet \quad u = \frac{2 u_0 e^{-\frac{32 T_h}{\phi_2}}}{\phi_2} \left[\left(1 - \frac{r^2}{r_a^2}\right) + 2 \delta \left(\frac{r_e - r_a}{r_a}\right) \right] \quad (121)$$

onde:

$$\phi_2 = \left[1 + 4 \delta \left(\frac{r_e - r_a}{r_a}\right) \right] \quad (122)$$

Comparando (116) e (117) com (121) e (122) , observa-se que estas expressões podem ser representadas genericamente da forma:

$$u = \frac{2 u_0 e^{-\frac{32 T_h}{\phi_i}}}{\phi_i} \left[\left(1 - \frac{r^2}{r_a^2}\right) + 2 \delta W_i \right] , \quad (i = 1 \text{ ou } 2) \quad (123)$$

sendo:

$$\phi_i = (1 + 4 \delta W_i) \quad (124)$$

$$W_1 = (\log_e \left(\frac{r_e}{r_a}\right)) \quad (125)$$

$$W_2 = \left(\frac{r_e - r_a}{r_a}\right) \quad (126)$$

onde:

$i = 1$ refere-se à análise exata ;

$i = 2$ refere-se à análise aproximada .

O grau médio de adensamento é definido pela expressão:

$$\bar{U} = (1 - e^{-\frac{32 T_h}{\phi_i}}) \quad (127)$$

que, para a análise aproximada ($i = 2$), é idêntica à solução apresentada por Scott^s (equação (38)), onde:

$$K = \frac{k_a}{r_e - r_a} \quad (128)$$

A validade da aproximação feita na análise do efeito do amolgamento é posteriormente discutida.

2º modelo - Adensamento com drenagem radial interna e efeito de amolgamento junto ao dreno.

Considerando que $\delta = \frac{k_h}{k_a}$, então quando $k_a \rightarrow 0$ tem-se $\delta \rightarrow \infty$.

Multiplicando e dividindo as expressões de u e v em (101) a (105) por δ , obtêm-se:

$$u = u_o e^{-\frac{8 T_h}{v} \frac{H(r)}{H1}}$$

onde:

$$H(r) = \frac{F(r)}{\delta} ; H1 = \frac{F1}{\delta} ; H2 = \frac{F2}{\delta} \text{ e } v = \frac{H1}{H2}$$

Fazendo agora $u = \lim_{\delta \rightarrow \infty} (u_o e^{-\frac{8 T_h}{v} \frac{H(r)}{H1}})$, vem:

$$u = \frac{u_o e^{-\frac{8 T_h}{\psi}}}{\psi} \left[\log_e \left(\frac{r}{r_s} \right) - \frac{r^2 - r_s^2}{2 r_a^2} + \rho \left(\frac{a^2 - s^2}{a^2} \right) \log_e(s) \right] \quad (129)$$

onde:

$$\psi = \left[\frac{a^2}{a^2 - s^2} \log_e \left(\frac{a}{s} \right) + \frac{s^2 - 3a^2}{4a^2} + \rho \left(\frac{a^2 - s^2}{a^2} \right) \log_e(s) \right] \quad (130)$$

Lembrando que neste caso o raio externo da amostra é r_a , verifica-se que as expressões (129) e (130) são iguais às que-las obtidas por Barron¹ (expressões (22) a (25)) para $f(z) = 1$.

IV - RESULTADOS

4.1 - Considerações Gerais

Inicialmente, como ilustração, são apresentadas curvas $u/u_0 \times r$ para o caso particular de uma amostra submetida a ensaio oedométrico com drenagem radial dupla, onde $r_e = 5,00$ cm e $r_d = 0,50$ cm (figuras 5, 6 e 7). As espessuras das regiões amolgadas assumem os valores:

$$1 - e_a(I) = e_a(III) = 0 \text{ (não há regiões amolgadas);}$$

$$2 - e_a(I) = e_a(III) = 0,25 \text{ cm ;}$$

$$3 - e_a(I) = e_a(III) = 0,50 \text{ cm ;}$$

e para cada caso foram traçadas curvas relativas a:

$$1 - \text{ instante inicial } (t = 0) ;$$

$$2 - \text{ instante correspondente a 50\% do adensamento total ;}$$

$$3 - \text{ instante correspondente a 90\% do adensamento total ;}$$

Observam-se nitidamente, para os casos onde existem as regiões amolgadas I e III, os pontos angulosos em $r = r_s$ e $r = r_a$, definidos matematicamente pelas expressões:

$$\left| k_s \frac{\partial u'}{\partial r} = k_h \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=r_s}$$

$$\left| k_a \frac{\partial u''}{\partial r} = k_h \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=r_a}$$

Nota-se igualmente que, para um conjunto de valores n , s e ρ , os máximos das curvas situam-se na mesma abscissa r para qualquer tempo t . Esta conclusão pode ser facilmente obtida derivando-se a expressão (106) em relação a r e igualando-se o resultado a zero. Assim, tem-se:

$$\frac{\partial \left(\frac{u}{u_0} \right)}{\partial r} = \frac{e^{-\frac{8 T_h}{v'}}}{F l'} \frac{d F'(r)}{dr} = 0$$

donde, para $t \neq \infty$, chega-se a :

$$\frac{d F'(r)}{dr} = 0 \quad (131)$$

onde $F'(r)$ é definido por (107).

Resolvendo-se a equação (131), obtém-se o valor de r correspondente ao máximo u/u_0 .

O excesso médio inicial de pressão na água intersticial (u_0), embora de pequena importância para fins de interpretação de ensaios, pode ser determinado a partir da igualdade:

$$P = \left| \int_{r_d}^{r_s} 2\pi r u' dr \right|_{t=0} + \left| \int_{r_s}^{r_a} 2\pi r u dr \right|_{t=0} + \left| \int_{r_a}^{r_e} 2\pi r u'' dr \right|_{t=0} \quad (132)$$

onde:

P - carga total aplicada ;

$$u' = u_{rs} \frac{\log_e \left(\frac{r}{r_d} \right)}{\log_e(s)}$$

$$u'' = u_{ra} \frac{\log_e \left(\frac{r}{r_e} \right)}{\log_e \left(\frac{a}{n} \right)}$$

Desenvolvendo cada parcela do segundo membro da expressão (132), tem-se:

$$\left| \int_{r_d}^{r_s} 2\pi r u' dr \right|_{t=0} = u_{rso} \pi \int_{r_d}^{r_s} \frac{2 \log_e \left(\frac{r}{r_d} \right)}{\log_e(s)} r dr \quad (133)$$

$$\left| \int_{r_s}^{r_a} 2\pi r u dr \right|_{t=0} = u_o \pi (r_a^2 - r_s^2) \quad (134)$$

$$\left| \int_{r_a}^{r_e} 2\pi r u'' dr \right|_{t=0} = u_{rao} \pi \int_{r_a}^{r_e} \frac{2 \log_e \left(\frac{r}{r_e} \right)}{\log_e \left(\frac{a}{n} \right)} r dr \quad (135)$$

onde:

$$u_{rso} = \left| u_{rs} \right|_{t=0} = u_o \frac{F(r_s)}{Fl} \quad (136)$$

$$u_{rao} = \left| u_{ra} \right|_{t=0} = u_o \frac{F(r_a)}{Fl} \quad (137)$$

Fazendo:

$$\int_{r_d}^{r_s} \frac{2 \log_e \left(\frac{r}{r_d} \right)}{\log_e(s)} r \, dr = A(I)$$

$$\int_{r_a}^{r_e} \frac{2 \log_e \left(\frac{r}{r_e} \right)}{\log_e \left(\frac{a}{n} \right)} r \, dr = A(III)$$

e tendo em conta (133) a (137), a expressão (132) se transforma em:

$$P = u_o \frac{F(r_s)}{Fl} \pi A(I) + u_o \pi (r_a^2 - r_s^2) + u_o \frac{F(r_a)}{Fl} \pi A(III)$$

donde:

$$u_o = \frac{1}{\pi} \frac{P}{r_a^2 - r_s^2 + \frac{F(r_s)}{Fl} A(I) + \frac{F(r_a)}{Fl} A(III)} \quad (138)$$

Para o exemplo anteriormente citado, admitindo-se $P = 100 \text{ Kgf}$, obtém-se:

$$\text{para } e_a = 0 \text{ ----- } u_o = 1,286 \text{ Kgf/cm}^2 ;$$

$$\text{para } e_a = 0,25 \text{ cm ----- } u_o = 1,382 \text{ Kgf/cm}^2 ;$$

$$\text{para } e_a = 0,50 \text{ cm ----- } u_o = 1,470 \text{ Kgf/cm}^2$$

$n = 10$

$s = 1,00$

NÃO HÁ REGIÕES AMOLGADAS

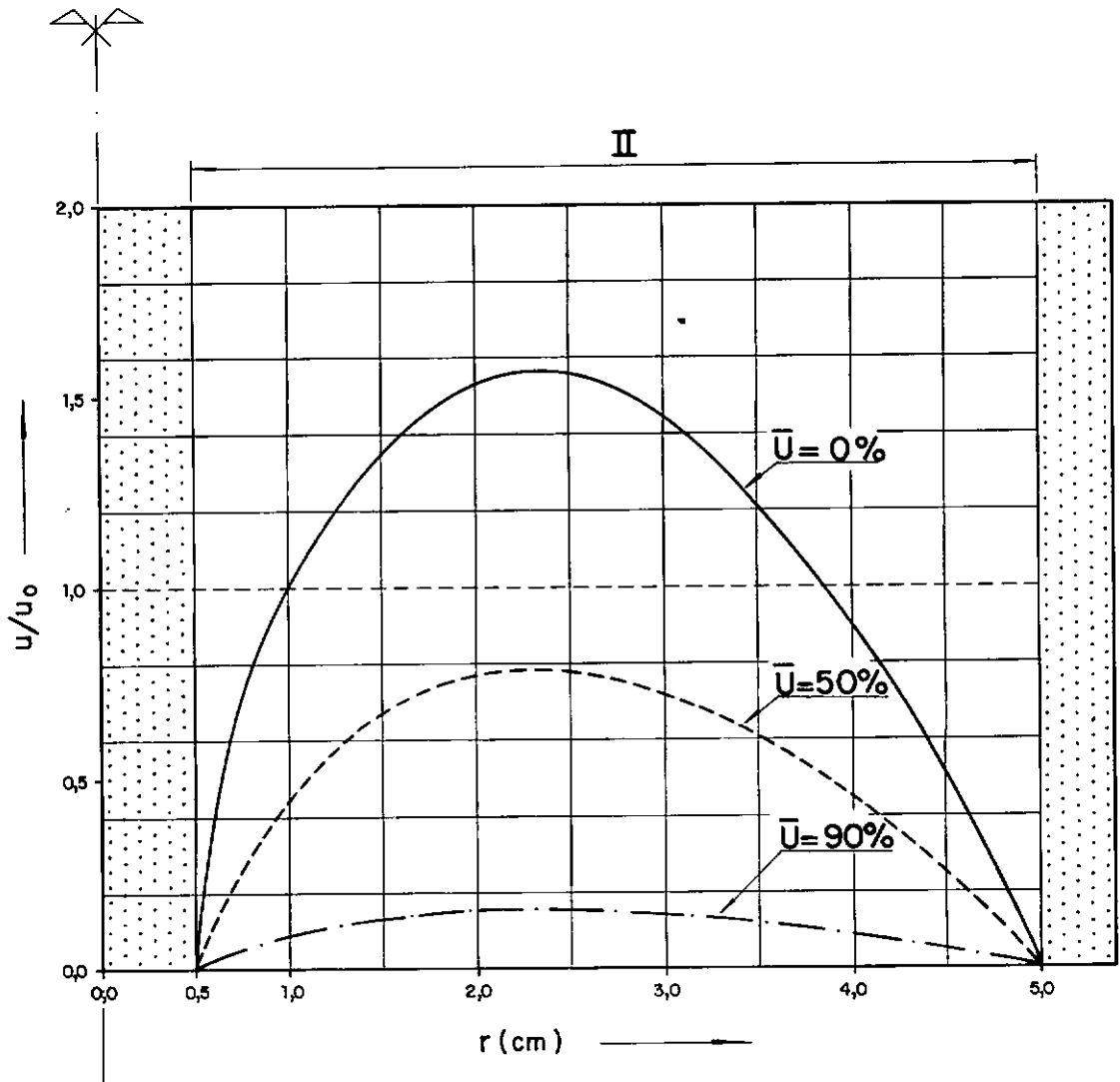


FIG. 5 — CURVAS PRESSÃO NEUTRA RELATIVA x RAIOS DA AMOSTRA PARA $\bar{U}=0\%$, $\bar{U}=50\%$ E $\bar{U}=90\%$ ($n=10$, $s=1,0$)

$n = 10$
 $s = 1,50$
 $\rho = 10$

REGIÕES I E III AMOLGADAS

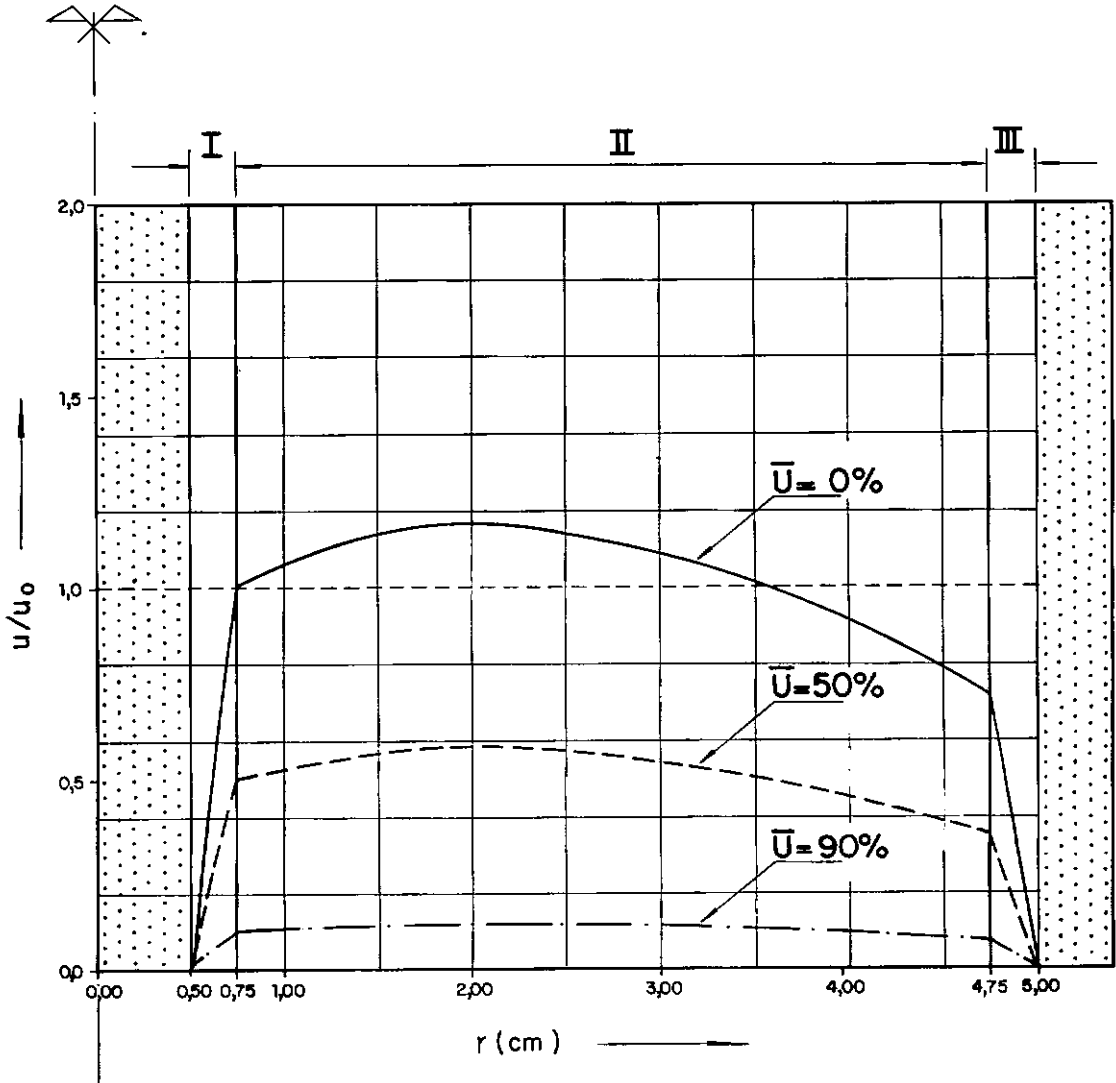


FIG. 6 - CURVAS PRESSÃO NEUTRA RELATIVA x RAIOS DA AMOSTRA PARA $\bar{U}=0\%$, $\bar{U}=50\%$ E $\bar{U}=90\%$ ($n=10, s=1,5, \rho=10$)

$n = 10$
 $s = 2,00$
 $f = 10$
REGIÕES I E III AMOLGADAS

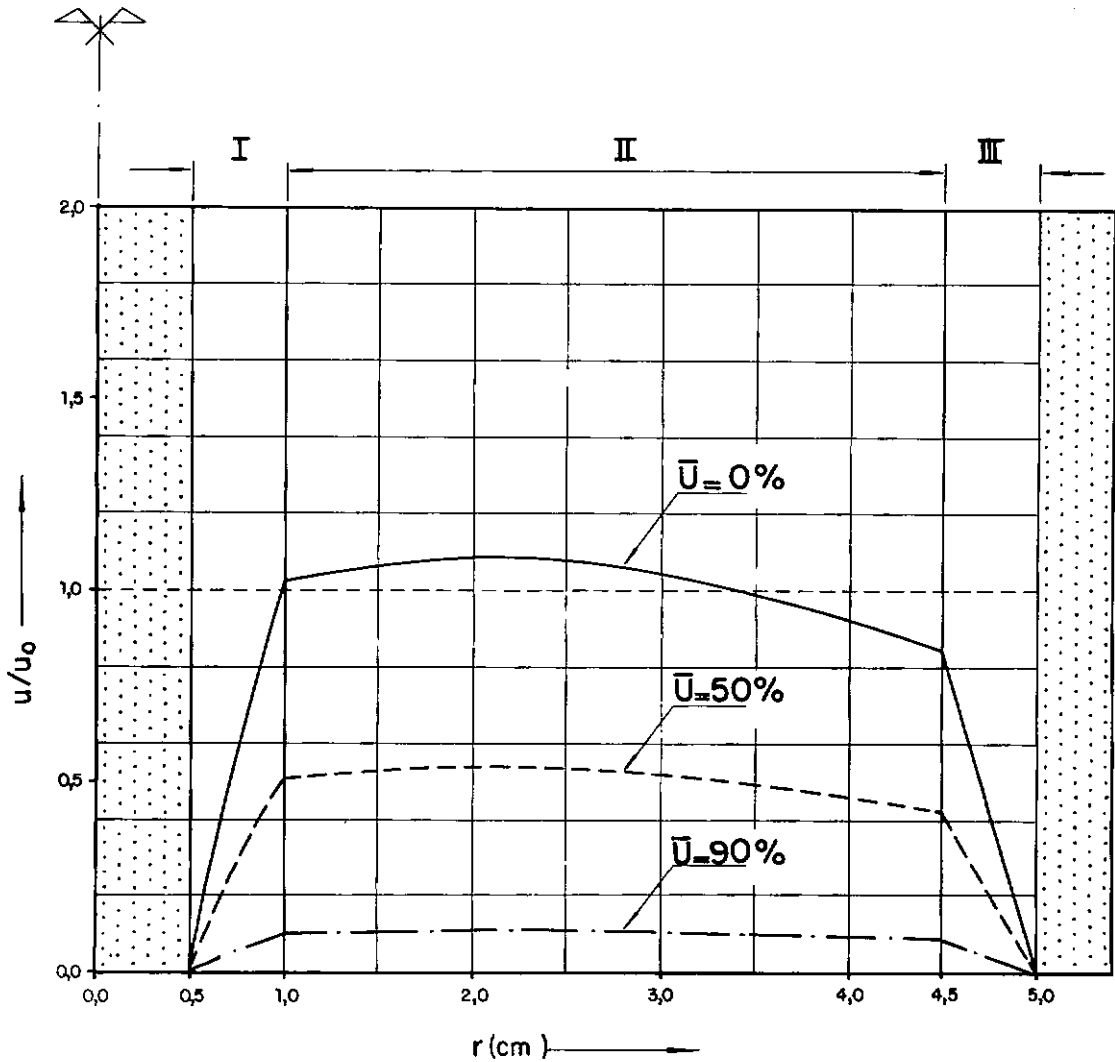


FIG. 7 - CURVAS PRESSÃO NEUTRA RELATIVA x RAIOS
 DA AMOSTRA PARA $\bar{U} = 0\%$, $\bar{U} = 50\%$ E $\bar{U} = 90\%$
 ($n=10$, $s=2,0$, $f=10$)

Tendo em vista a análise e interpretação de ensaios de adensamento com drenagem radial dupla, foram elaborados quadros e curvas que fornecem valores do fator tempo (T_h) em função do grau médio de adensamento (\bar{U}) ($\bar{U} = 50\%$ e $\bar{U} = 90\%$ para os quadros) para diversas combinações de n , s e ρ . Admite-se, como simplificação, que as zonas amolgadas têm a mesma espessura, sendo portanto $\delta = \rho$ e $a = n - s + 1$.

Os valores de T_h foram calculados pela fórmula:

$$T_h = - \frac{v' \log_e (1 - \bar{U})}{8} \quad (139)$$

deduzida da própria definição de \bar{U} :

$$\bar{U} = \frac{u_o - \bar{u}}{u_o} \quad (140)$$

onde:

$$\bar{u} = u_o e^{-\frac{8 T_h}{v'}} \quad (141)$$

Para os parâmetros n , s e ρ foram considerados os valores:

$n = 5 ; 8 ; 10 ; 15 ; 20 ;$

$s = 1,0 ; 1,2 ; 1,5 ; 1,8 ; 2,0 ;$

$\rho = 5 ; 10 ; 15 ; 20,$

tendo sido excluídas as combinações:

$$\begin{pmatrix} n = 5 \\ s = 2,0 \\ \rho \text{ qualquer} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} n = 5 \\ s = 1,8 \\ \rho \text{ qualquer} \end{pmatrix} \text{ e } \begin{pmatrix} n = 8 \\ s = 2,0 \\ \rho \text{ qualquer} \end{pmatrix}.$$

Tais exclusões justificam-se, uma vez que a análise da influência das regiões amolgadas pressupõe que nestes trechos o adensamento se processe rapidamente, sendo, por conseguinte, desprezado. Então, se as espessuras das zonas perturbadas ($r_s - r_d$ e $r_e - r_a$) se tornam representativas diante da espessura da região indeformada ($r_a - r_s$), o adensamento do material amolgado passa a influir significativamente no processo global, e as hipóteses inicialmente admitidas distanciam-se do comportamento real, comprometendo os resultados finais.

Estabeleceu-se como critério geral não considerar as configurações que conduzam a:

$$\frac{r_s - r_d}{r_a - r_s} \geq \frac{1}{5}$$

ou:

$$\frac{s - 1}{n - 2s + 1} \geq \frac{1}{5}$$

4.2 - Quadros de Valores para $T_h(50\%)$ e $T_h(90\%)$

QUADRO 1 - VALORES DE T_h (50 %) E T_h (90 %) PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
EM FUNÇÃO DE n E s , PARA $\beta = 5$

		$s \backslash n$	5	8	10	15	20
$\beta = 5$	$\bar{U} = 50\%$	1,0	0,0096	0,0117	0,0125	0,0137	0,0145
		1,2	0,0225	0,0211	0,0204	0,0195	0,0190
		1,5	0,0396	0,0341	0,0315	0,0275	0,0253
		1,8	* * *	0,0462	0,0420	0,0351	0,0313
		2,0	* * *	* * *	0,0486	0,0401	0,0352
	$\bar{U} = 90\%$	1,0	0,0319	0,0390	0,0417	0,0458	0,0481
		1,2	0,0748	0,0701	0,0680	0,0649	0,0633
		1,5	0,1317	0,1134	0,1047	0,0914	0,0842
		1,8	* * *	0,1537	0,1395	0,1168	0,1041
		2,0	* * *	* * *	0,1617	0,1333	0,1171

$$\beta = \frac{K \text{ não amolgado}}{K \text{ amolgado}}$$

$$n = \frac{r_e}{r_d}$$

$$s = \frac{r_s}{r_d}$$

QUADRO 2 – VALORES DE T_h (50 %) E T_h (90 %) PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA EM FUNÇÃO DE n E s , PARA $\rho=10$

		$\begin{matrix} n \\ s \end{matrix}$	5	8	10	15	20
$\rho=10$	$\bar{U}=50\%$	1,0	0,0096	0,0117	0,0125	0,0137	0,0145
		1,2	0,0363	0,0308	0,0286	0,0254	0,0237
		1,5	0,0720	0,0576	0,0511	0,0415	0,0362
		1,8	* * *	0,0828	0,0727	0,0570	0,0483
		2,0	* * *	* * *	0,0866	0,0672	0,0562
	$\bar{U}=90\%$	1,0	0,0319	0,0390	0,0417	0,0458	0,0481
		1,2	0,1206	0,1026	0,0952	0,0845	0,0788
		1,5	0,2392	0,1914	0,1700	0,1379	0,1204
		1,8	* * *	0,2751	0,2417	0,1895	0,1606
		2,0	* * *	* * *	0,2879	0,2233	0,1870

$$\rho = \frac{K \text{ não amolgado}}{K \text{ amolgado}}$$

$$n = \frac{r_e}{r_d}$$

$$s = \frac{r_s}{r_d}$$

QUADRO 3 – VALORES DE T_h (50 %) E T_h (90 %) PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
EM FUNÇÃO DE n E s , PARA $\rho=15$

		$s \backslash n$	5	8	10	15	20
$\rho = 15$	$\bar{U} = 50 \%$	1,0	0,0096	0,0117	0,0125	0,0137	0,0145
		1,2	0,0499	0,0405	0,0367	0,0311	0,0282
		1,5	0,1042	0,0809	0,0706	0,0552	0,0468
		1,8	* * *	0,1192	0,1033	0,0786	0,0650
		2,0	* * *	* * *	0,1244	0,0940	0,0770
	$\bar{U} = 90 \%$	1,0	0,0319	0,0390	0,0417	0,0458	0,0481
		1,2	0,1660	0,1346	0,1219	0,1035	0,0937
		1,5	0,3464	0,2689	0,2346	0,1834	0,1556
		1,8	* * *	0,3960	0,3433	0,2613	0,2160
		2,0	* * *	* * *	0,4134	0,3125	0,2558

$$\rho = \frac{K \text{ não amolgado}}{K \text{ amolgado}}$$

$$n = \frac{r_e}{r_d}$$

$$s = \frac{r_s}{r_d}$$

QUADRO 4 – VALORES DE T_h (50 %) E T_h (90 %) PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA EM FUNÇÃO DE n E s , PARA $\rho = 20$

		$\begin{matrix} n \\ s \end{matrix}$	5	8	10	15	20
$\rho = 20$	$\bar{U} = 50 \%$	1,0	0,0096	0,0117	0,0125	0,0137	0,0145
		1,2	0,0636	0,0500	0,0446	0,0367	0,0325
		1,5	0,1365	0,1042	0,0899	0,0687	0,0573
		1,8	* * *	0,1555	0,1338	0,1001	0,0815
		2,0	* * *	* * *	0,1621	0,1208	0,0976
	$\bar{U} = 90 \%$	1,0	0,0319	0,0390	0,0417	0,0458	0,0481
		1,2	0,2113	0,1663	0,1483	0,1221	0,1082
		1,5	0,4535	0,3461	0,2989	0,2285	0,1904
		1,8	* * *	0,5168	0,4447	0,3327	0,2709
		2,0	* * *	* * *	0,5388	0,4013	0,3242

$$\rho = \frac{K \text{ não amolgado}}{K \text{ amolgado}}$$

$$n = \frac{r_e}{r_d}$$

$$s = \frac{r_s}{r_d}$$

4.3 - Curvas Adensamento (%) × Fator Tempo

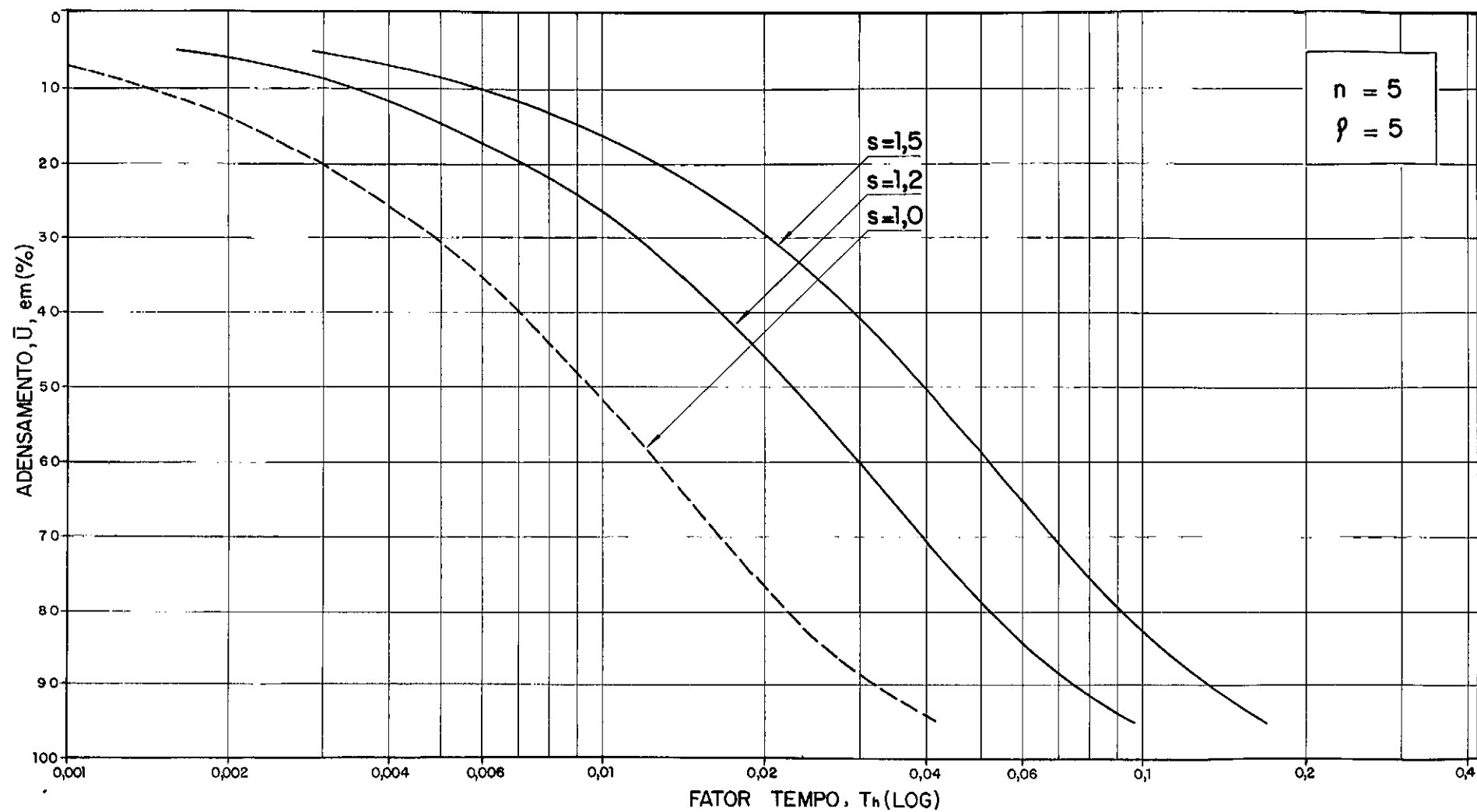


FIG. 8 - CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 5, \rho = 5$ E DIVERSOS VALORES DE s)

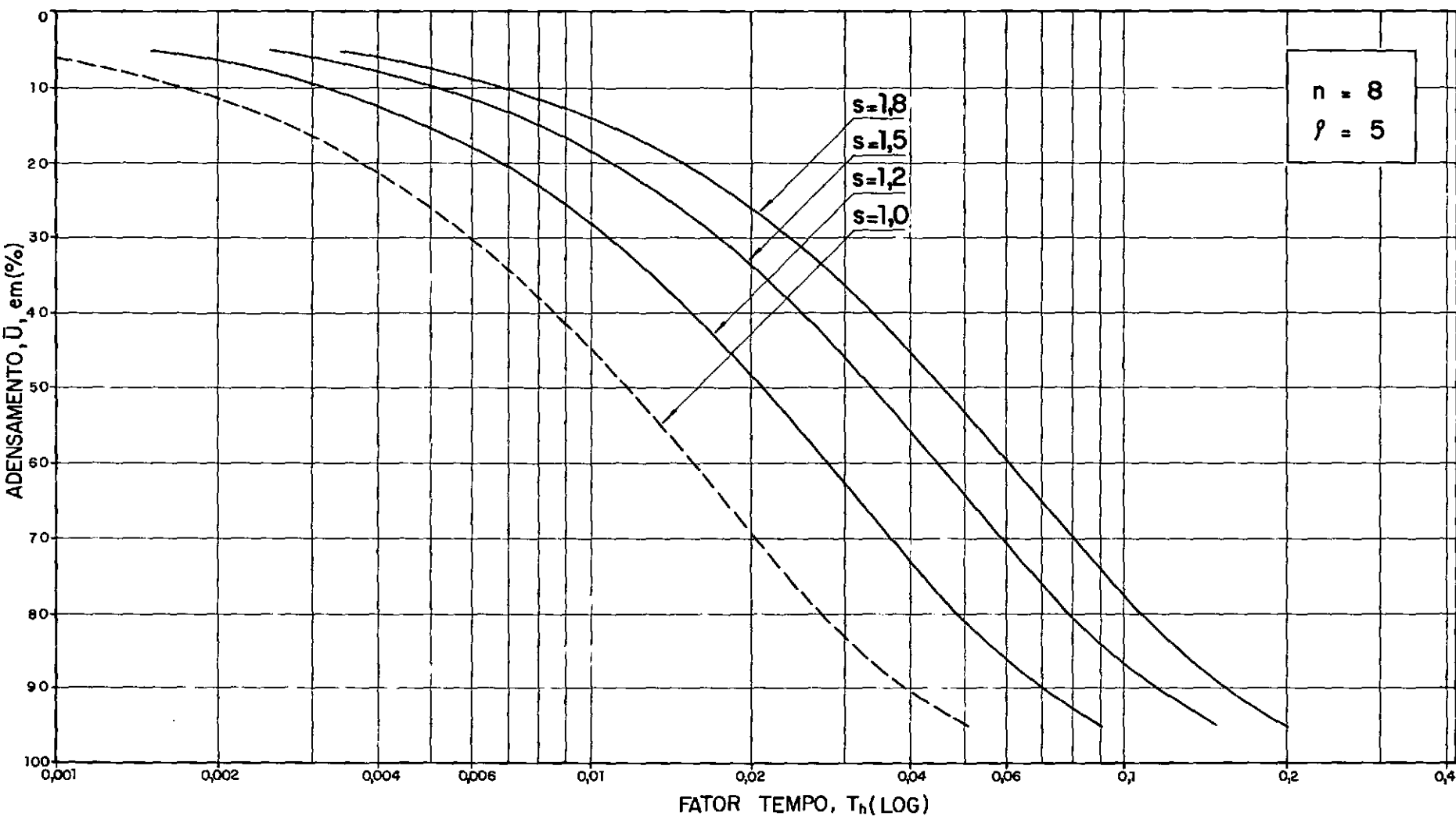


FIG. 9 - CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 8, l = 5$ E DIVERSOS VALORES DE s)

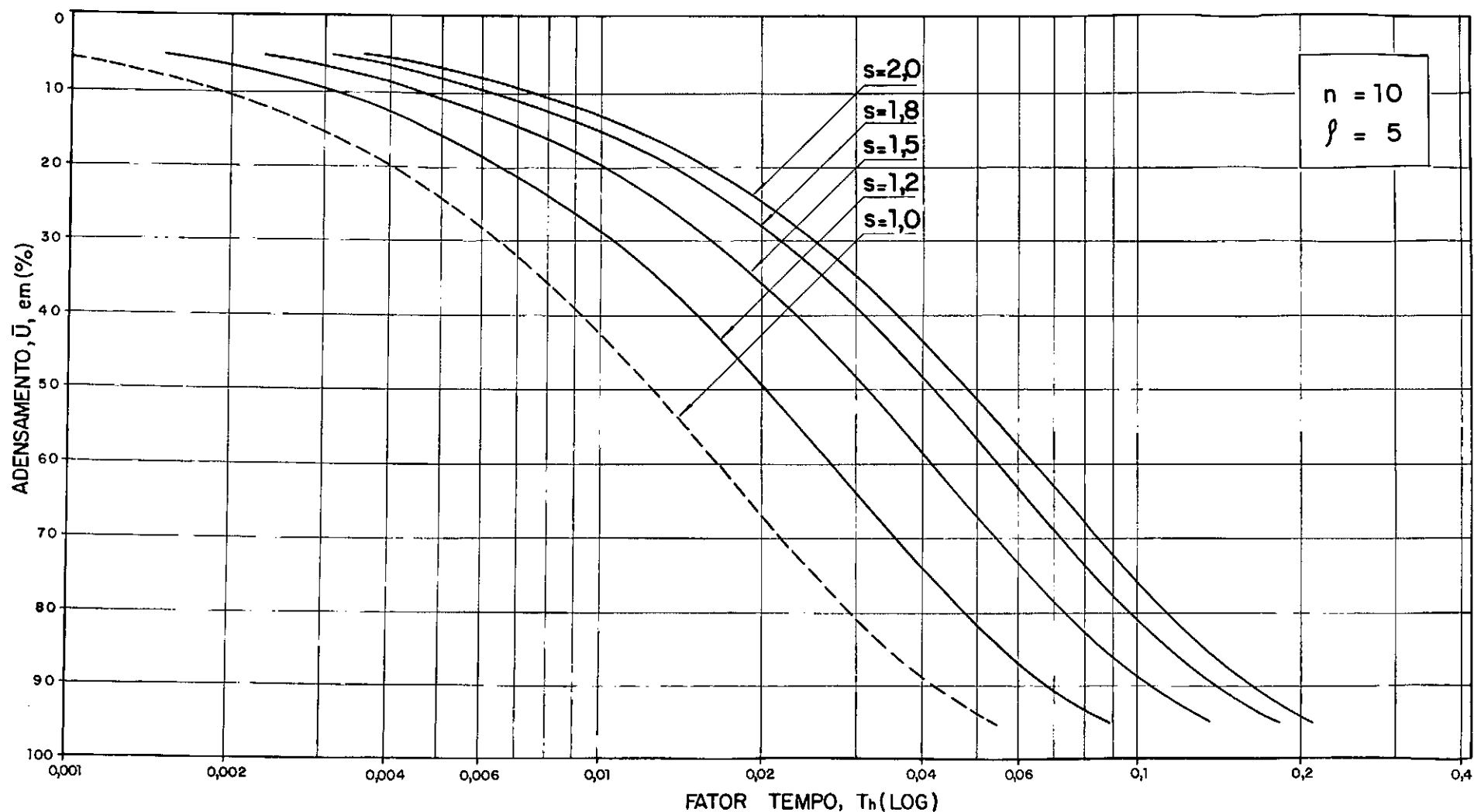


FIG. 10 – CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 10$, $\rho = 5$ E DIVERSOS VALORES DE s)

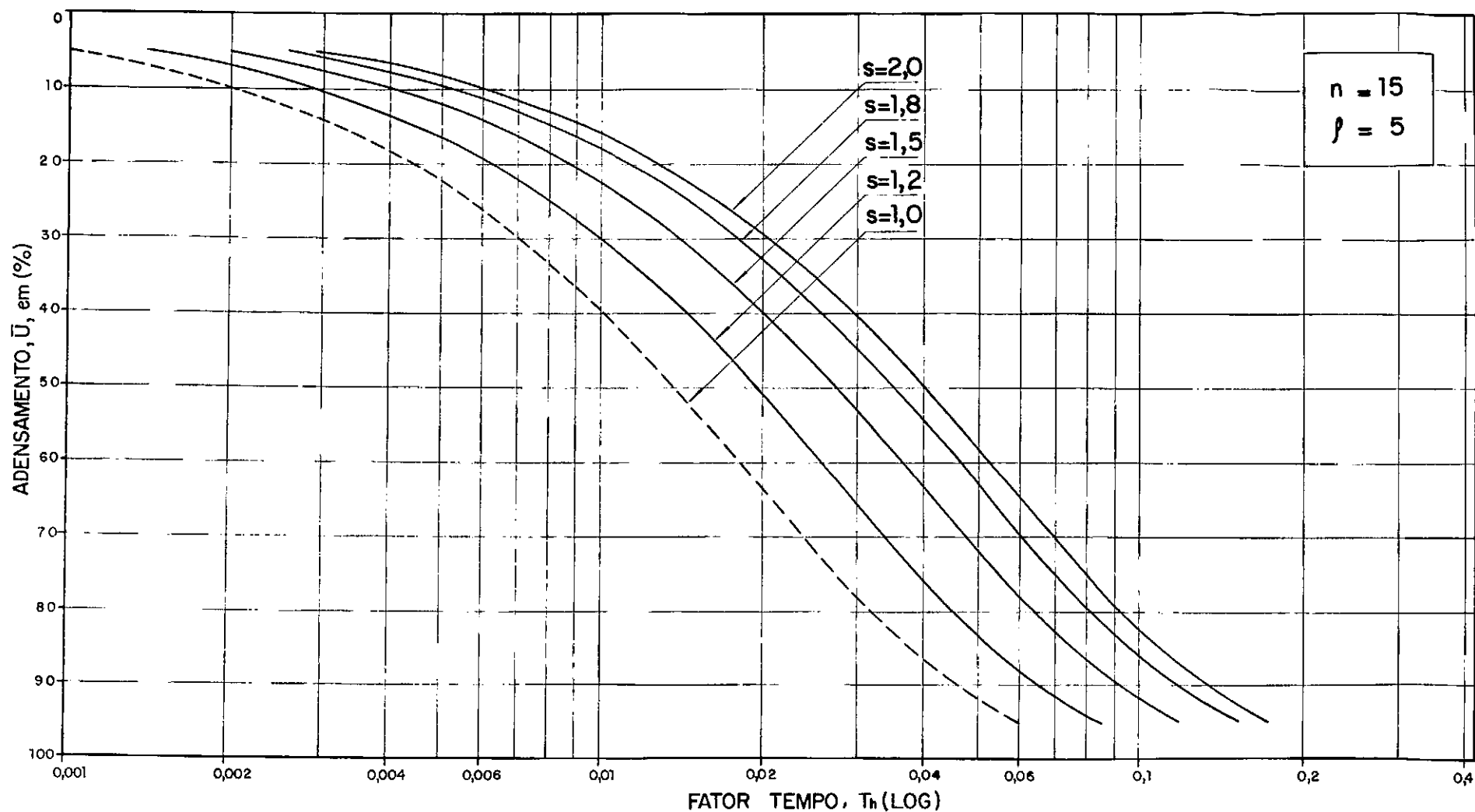


FIG. 11 - CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 15, \rho = 5$ E DIVERSOS VALORES DE s)

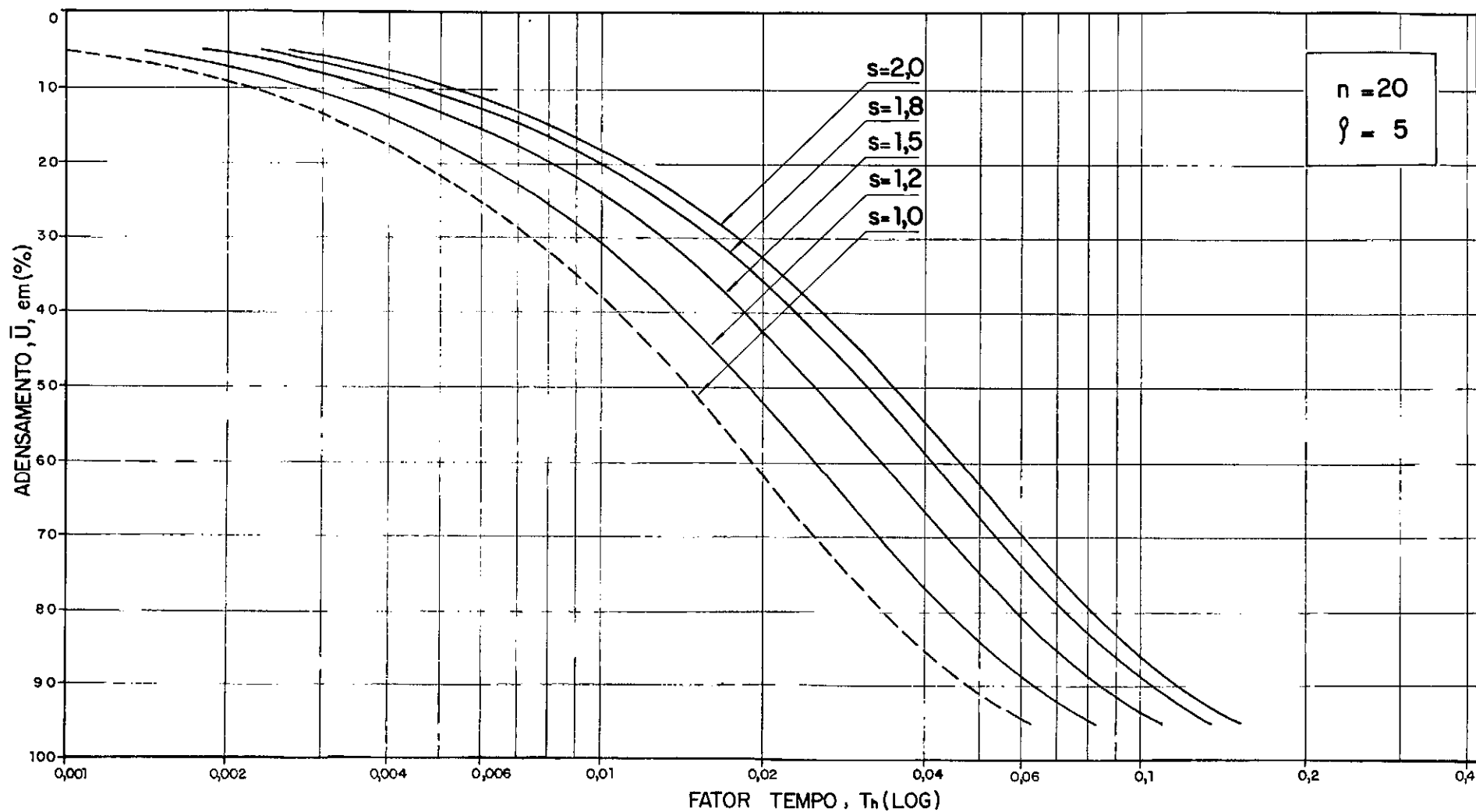


FIG. 12 – CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 20, f = 5$ E DIVERSOS VALORES DE s)

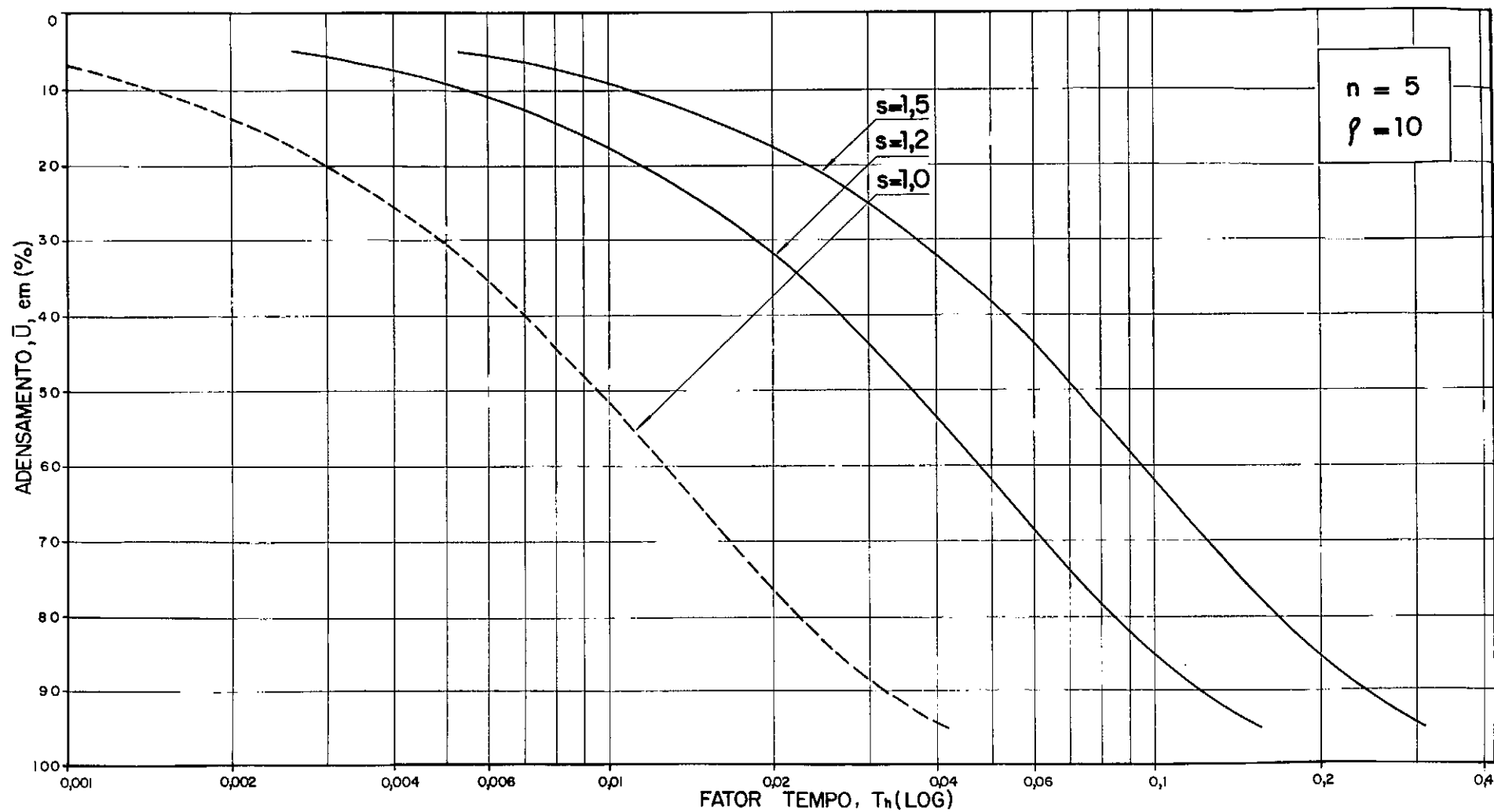


FIG. 13— CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 5$, $\beta = 10$ E DIVERSOS VALORES DE s)

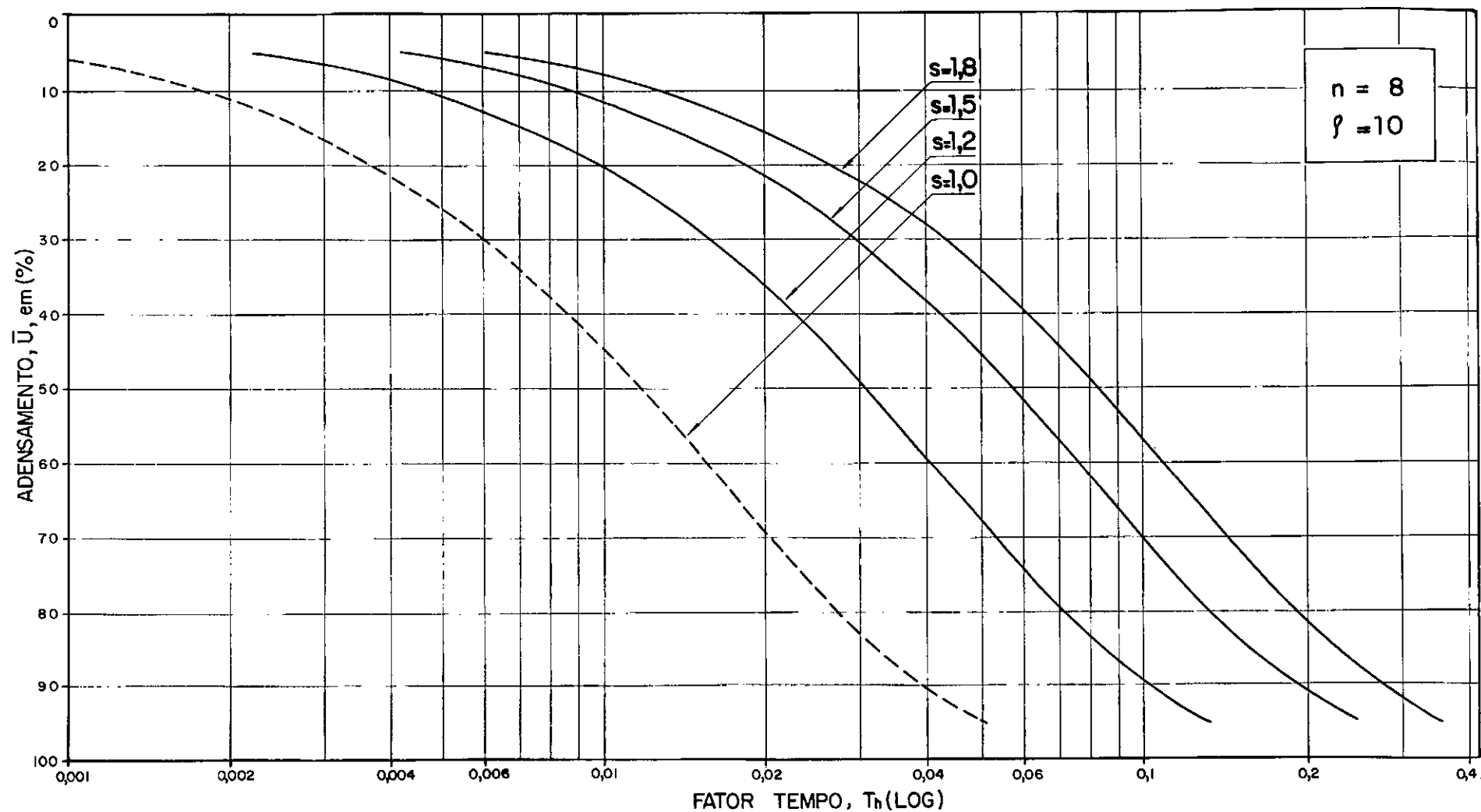


FIG. 14 - CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
 ($n = 8, f = 10$ E DIVERSOS VALORES DE s)

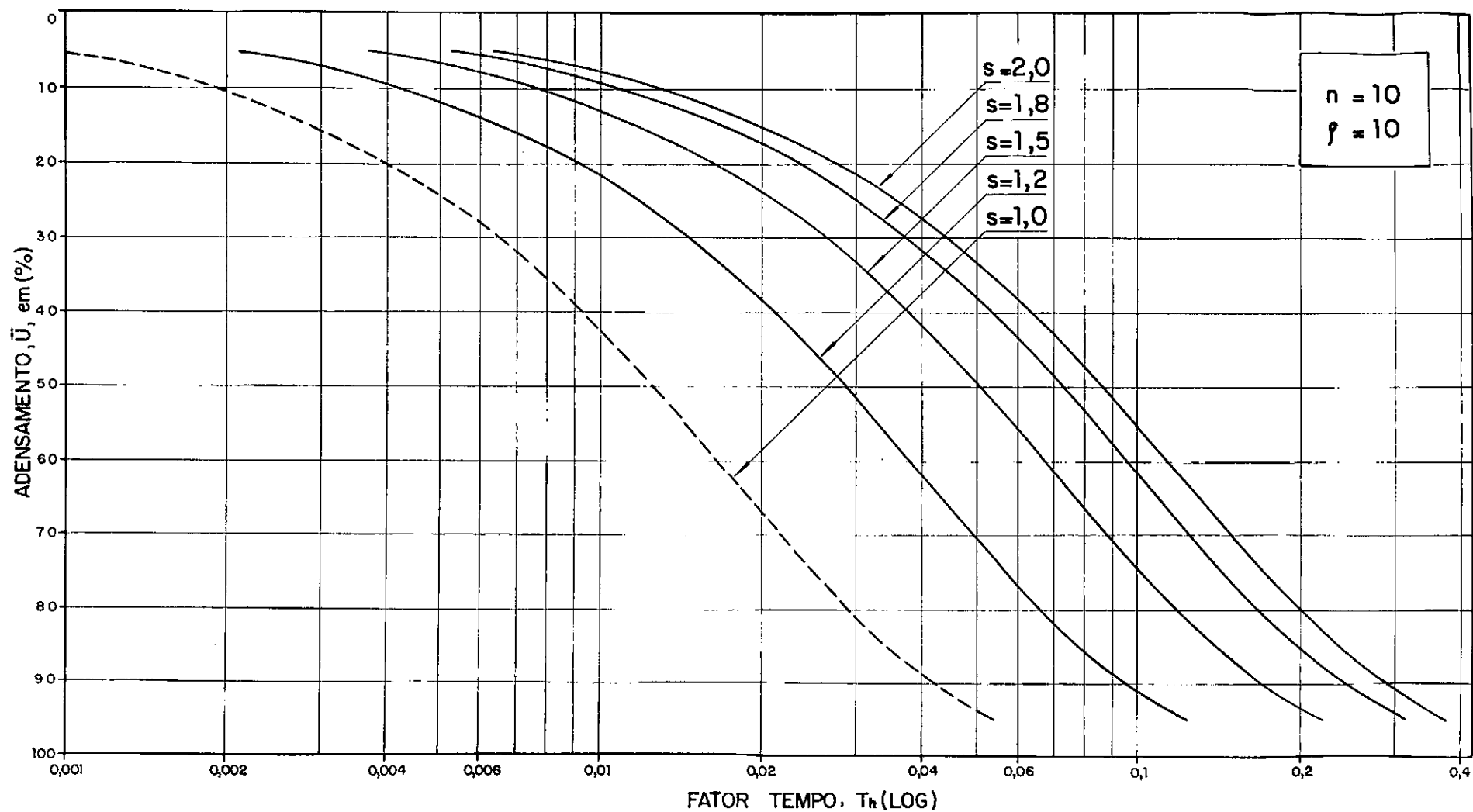


FIG. 15- CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
 ($n = 10, f = 10$ E DIVERSOS VALORES DE s)

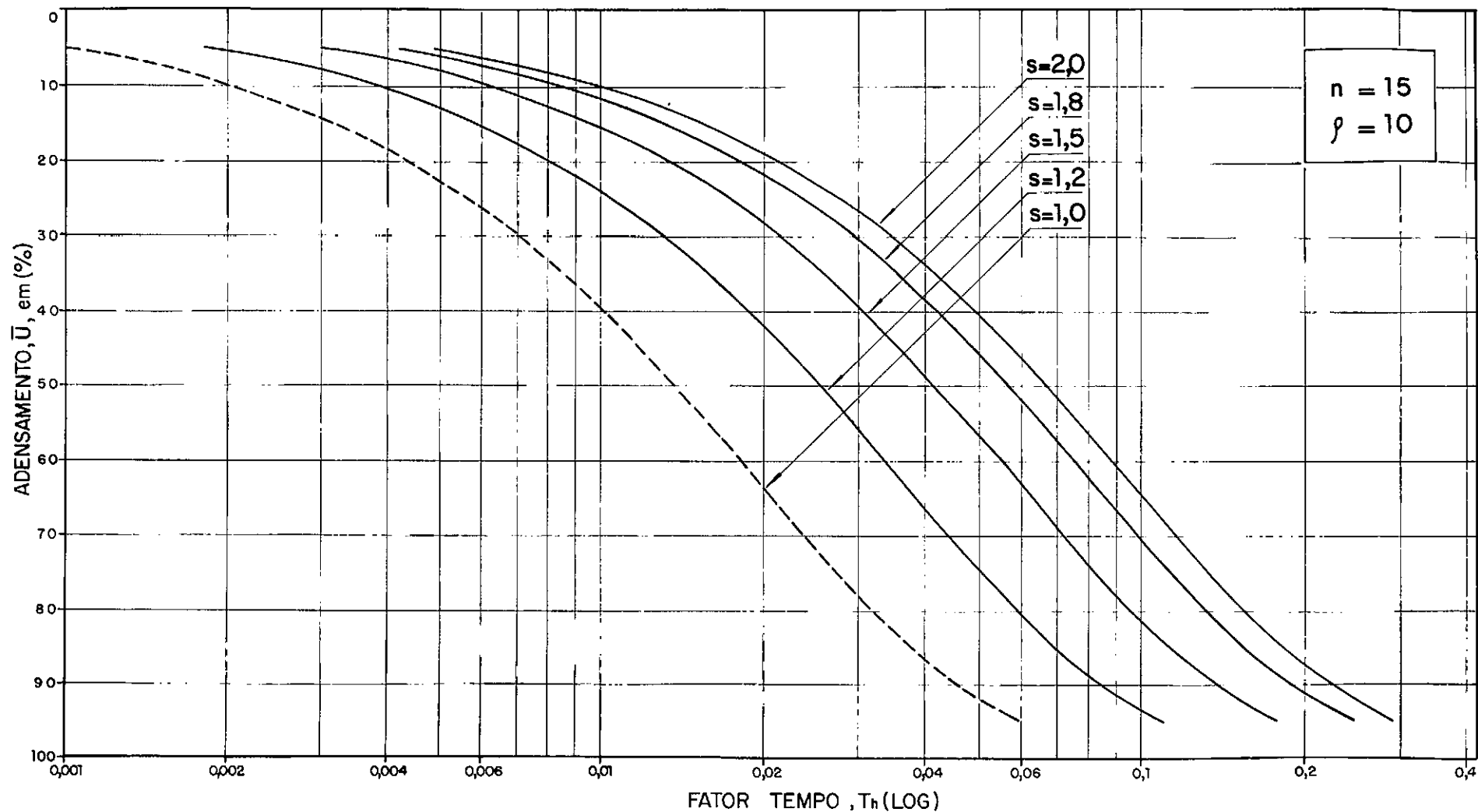


FIG. 16 – CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 15$, $\rho = 10$ E DIVERSOS VALORES DE s)

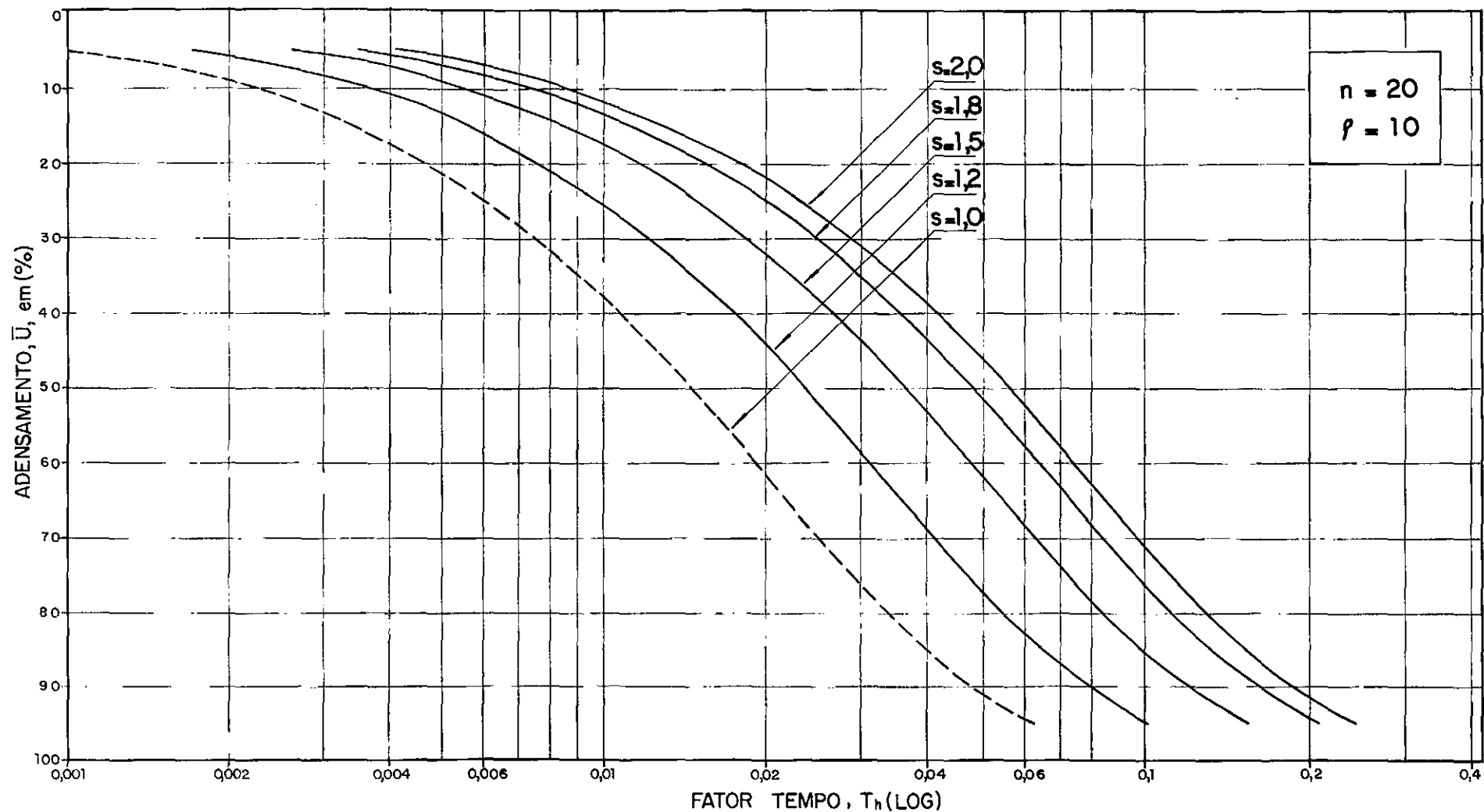


FIG. 17- CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 20, \rho = 10$ E DIVERSOS VALORES DE s)

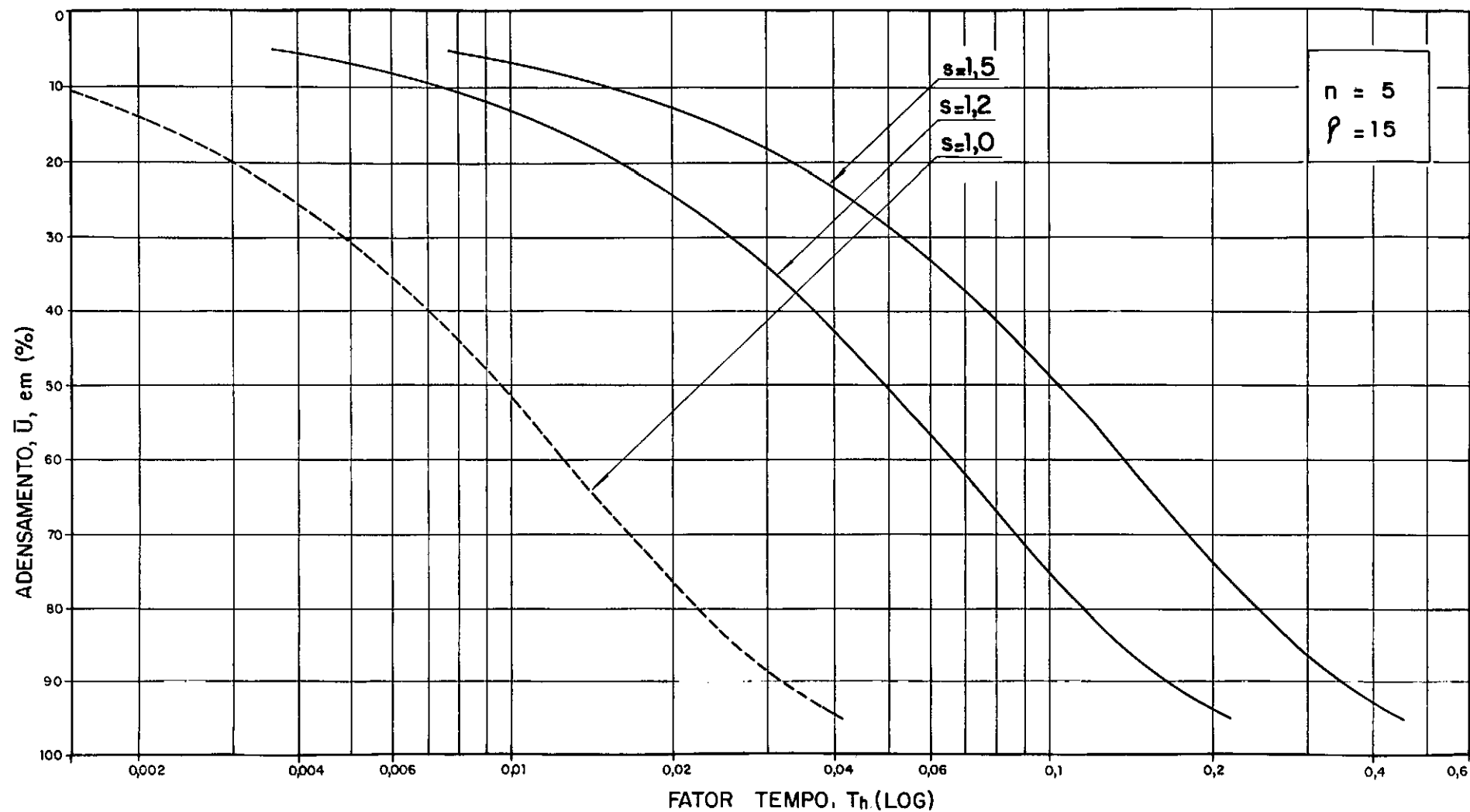


FIG. 18 - CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 5$, $\rho = 15$ E DIVERSOS VALORES DE s)

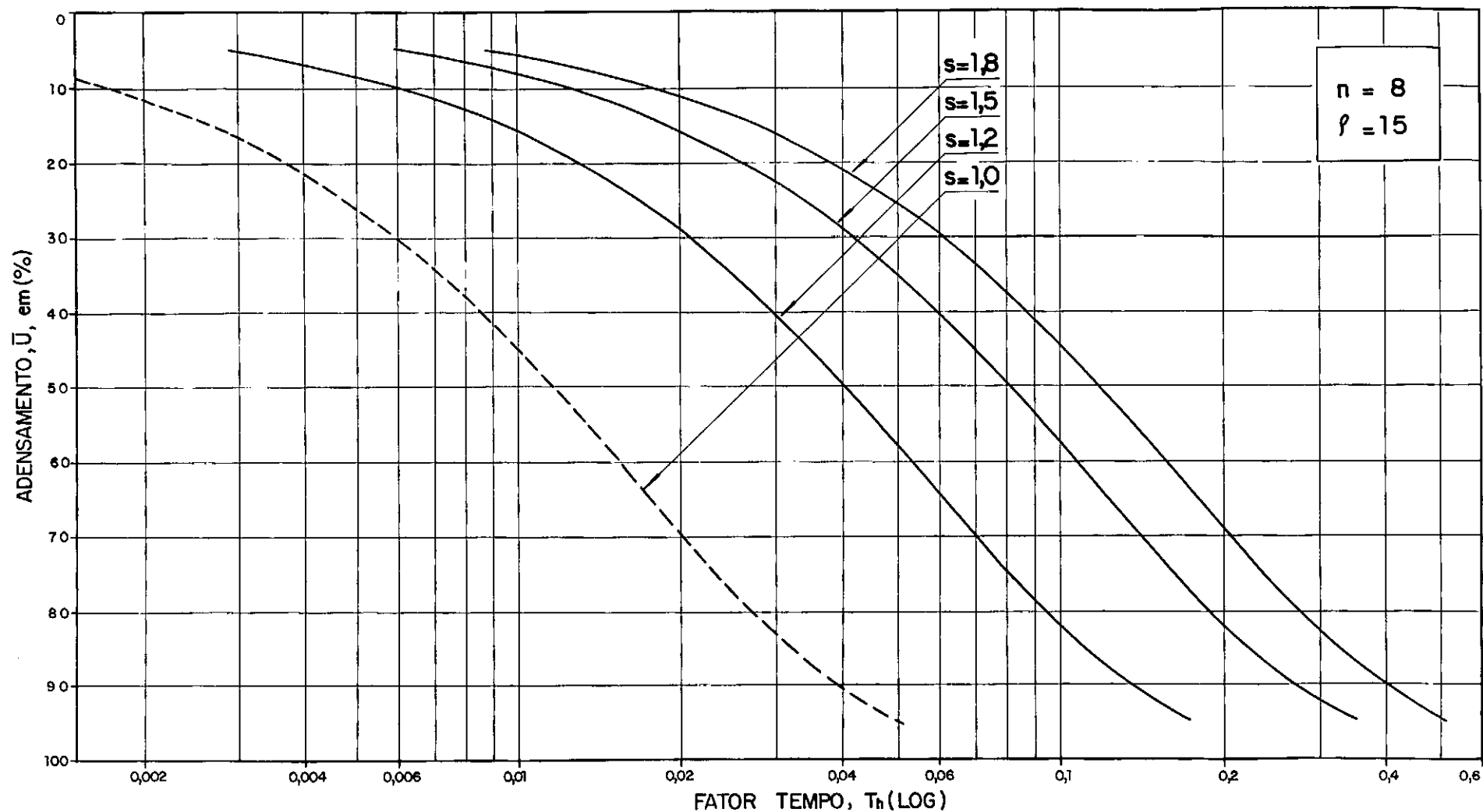


FIG. 19— CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 8$, $l = 15$ E DIVERSOS VALORES DE s)

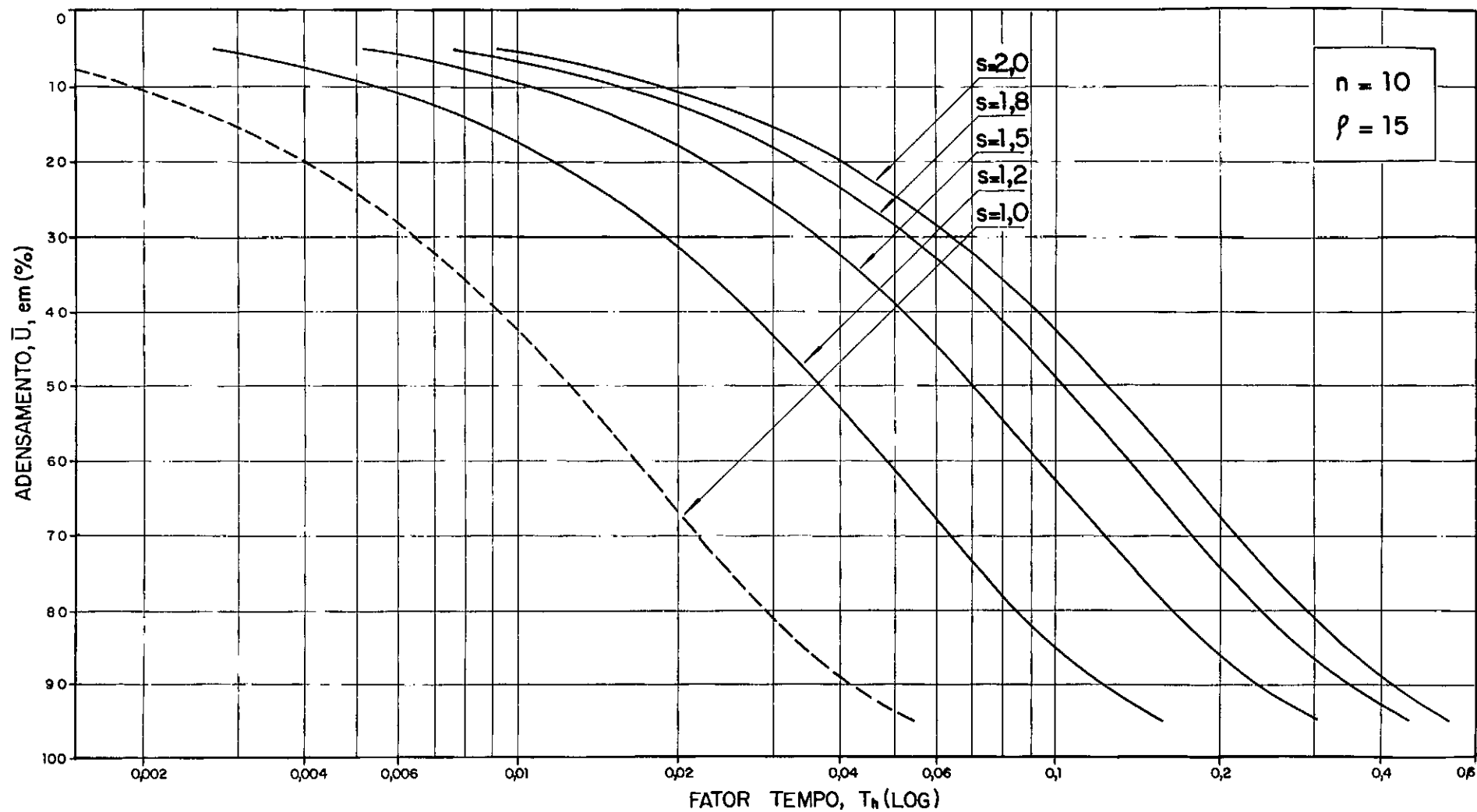


FIG. 20— CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 10, \rho = 15$ E DIVERSOS VALORES DE s)

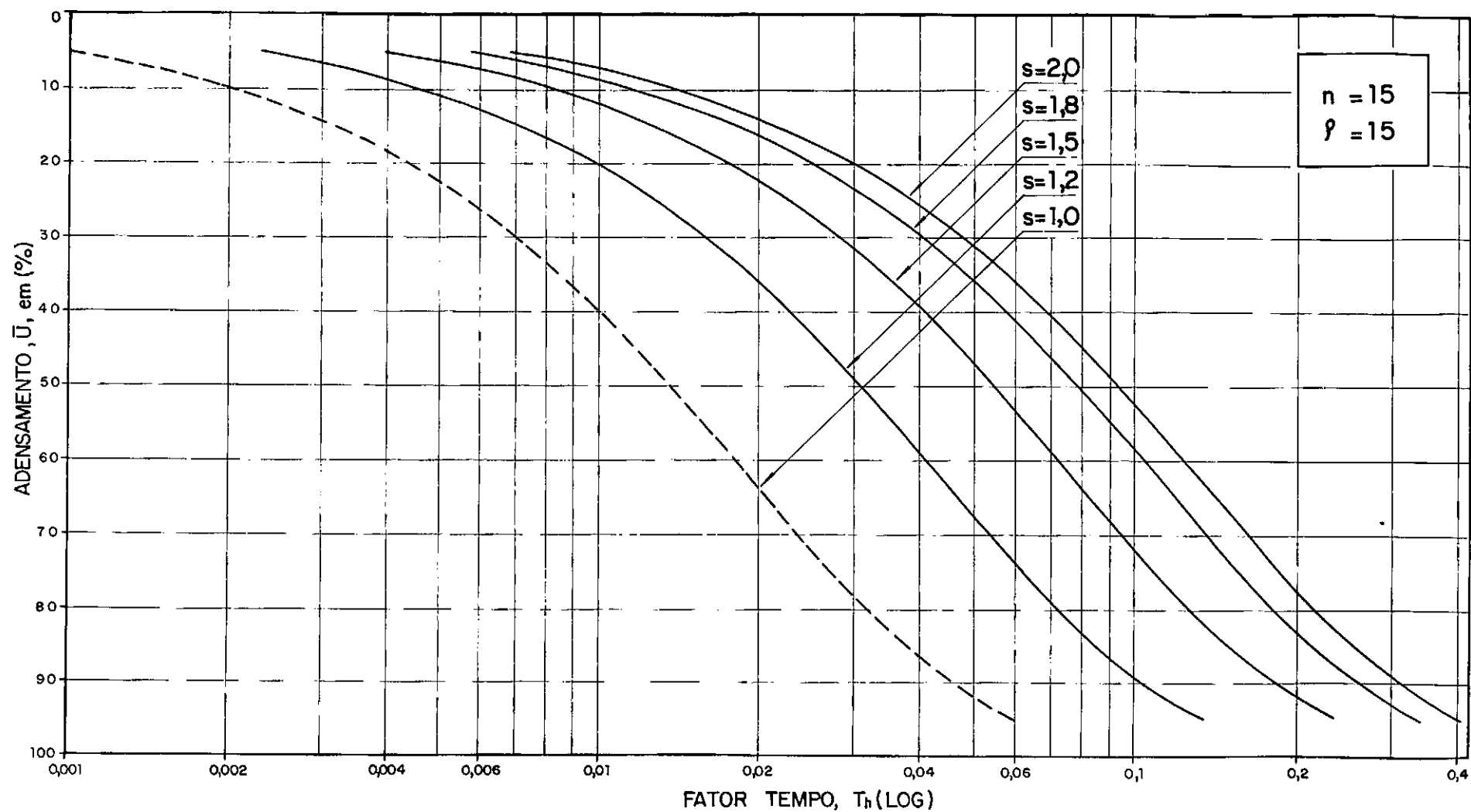


FIG. 21 - CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 15$, $f = 15$ E DIVERSOS VALORES DE s)

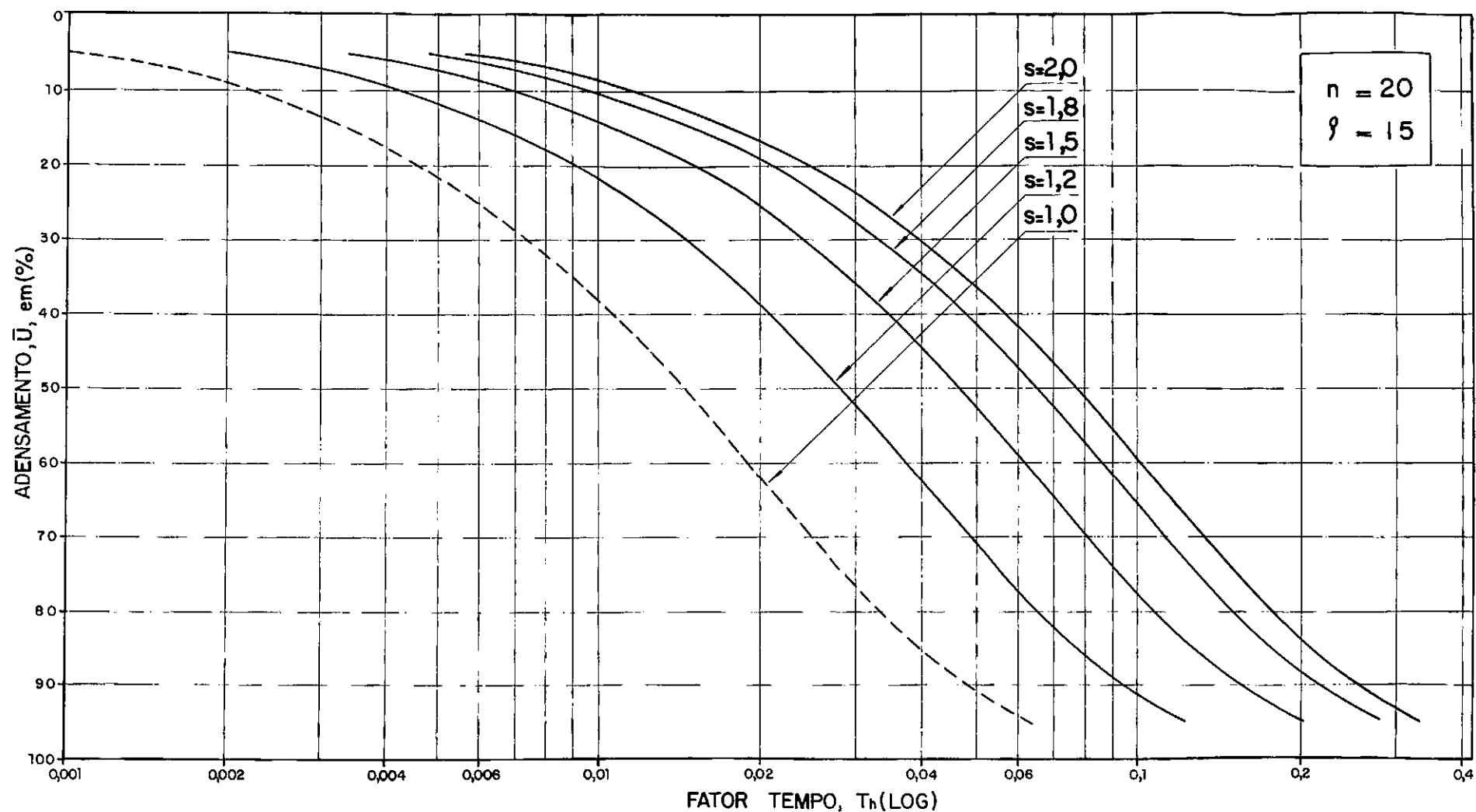


FIG. 22- CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 20, f = 15$ E DIVERSOS VALORES DE s)

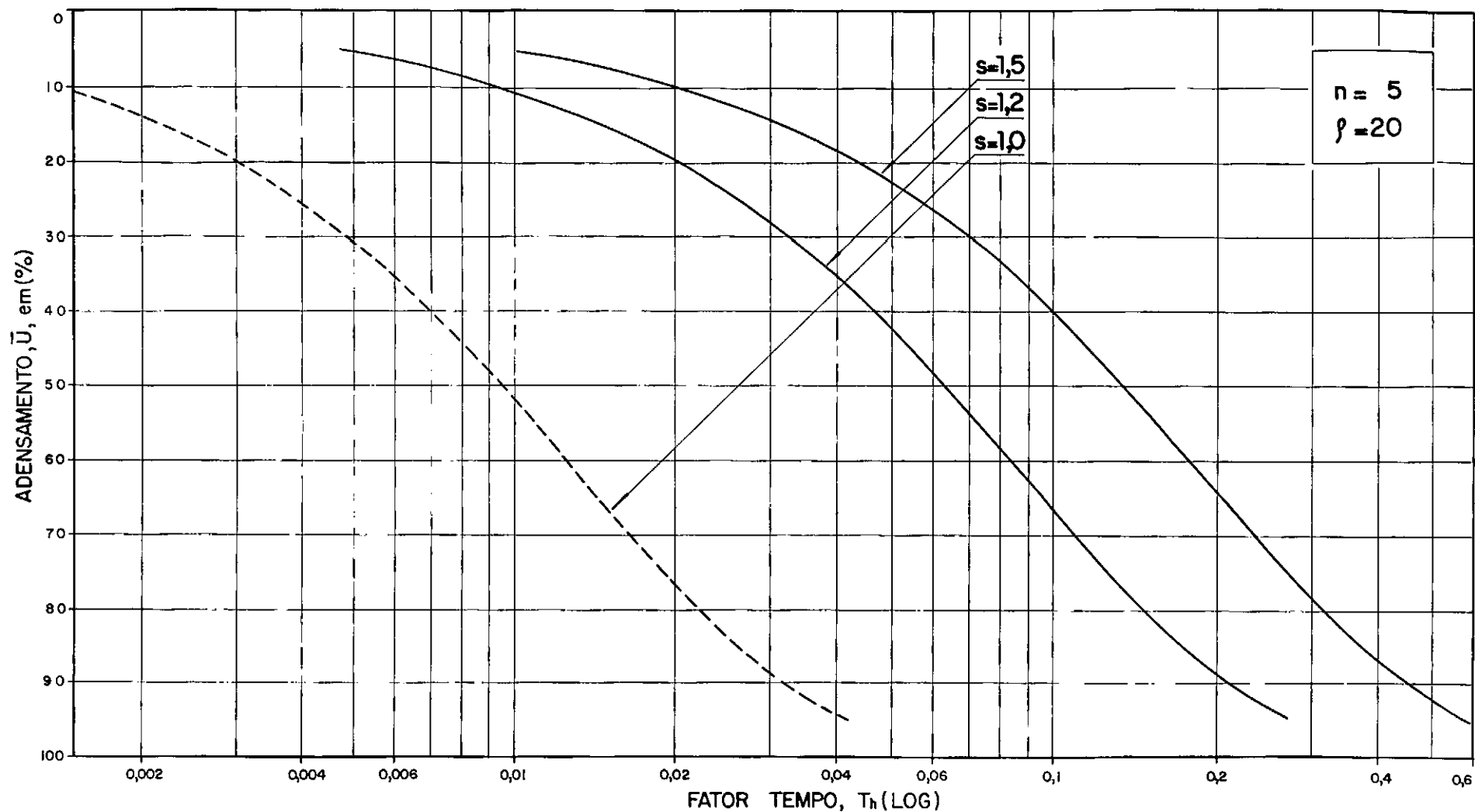


FIG. 23— CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n = 5$, $\rho = 20$ E DIVERSOS VALORES DE s)

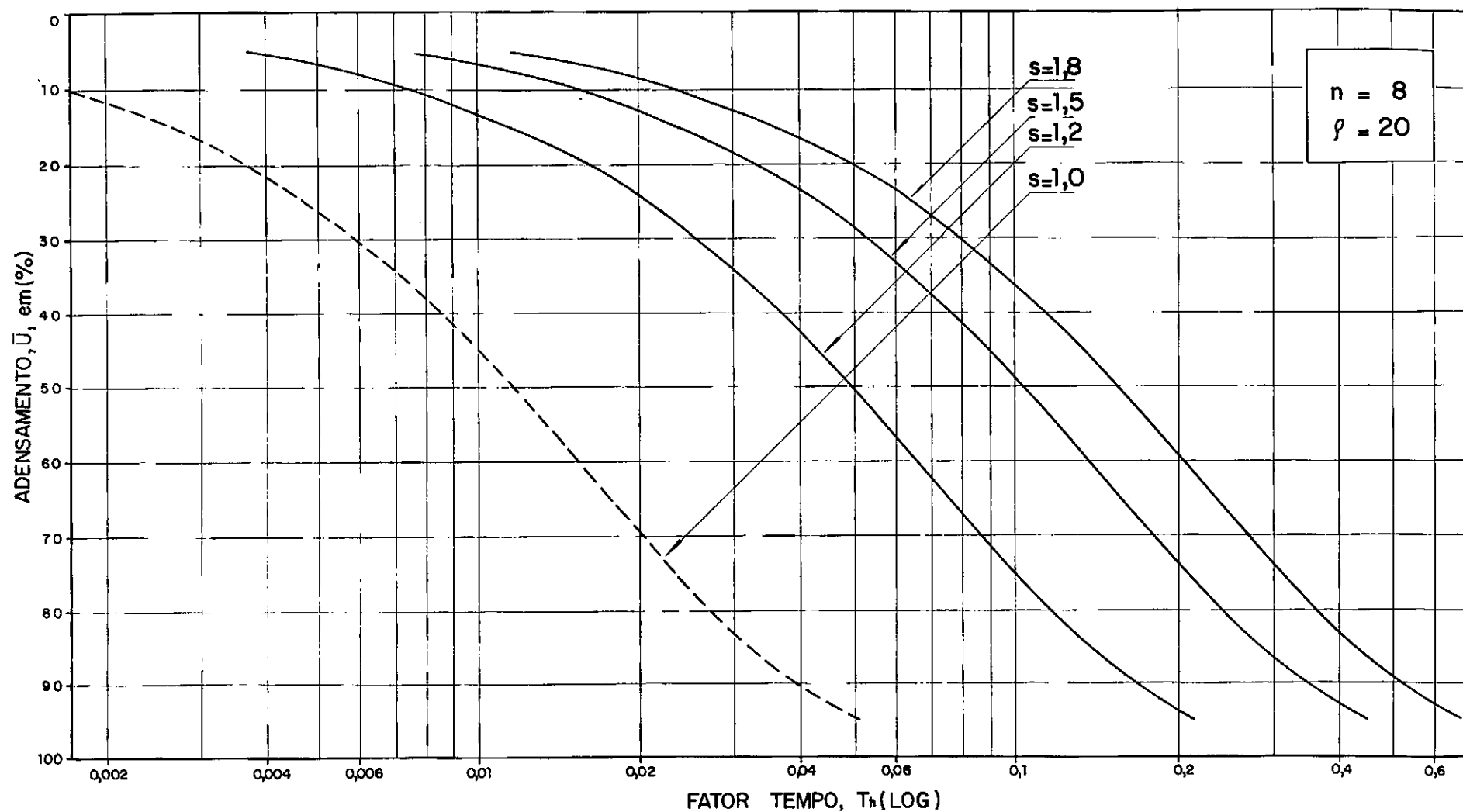


FIG. 24- CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
 ($n = 8$, $f = 20$ E DIVERSOS VALORES DE s)

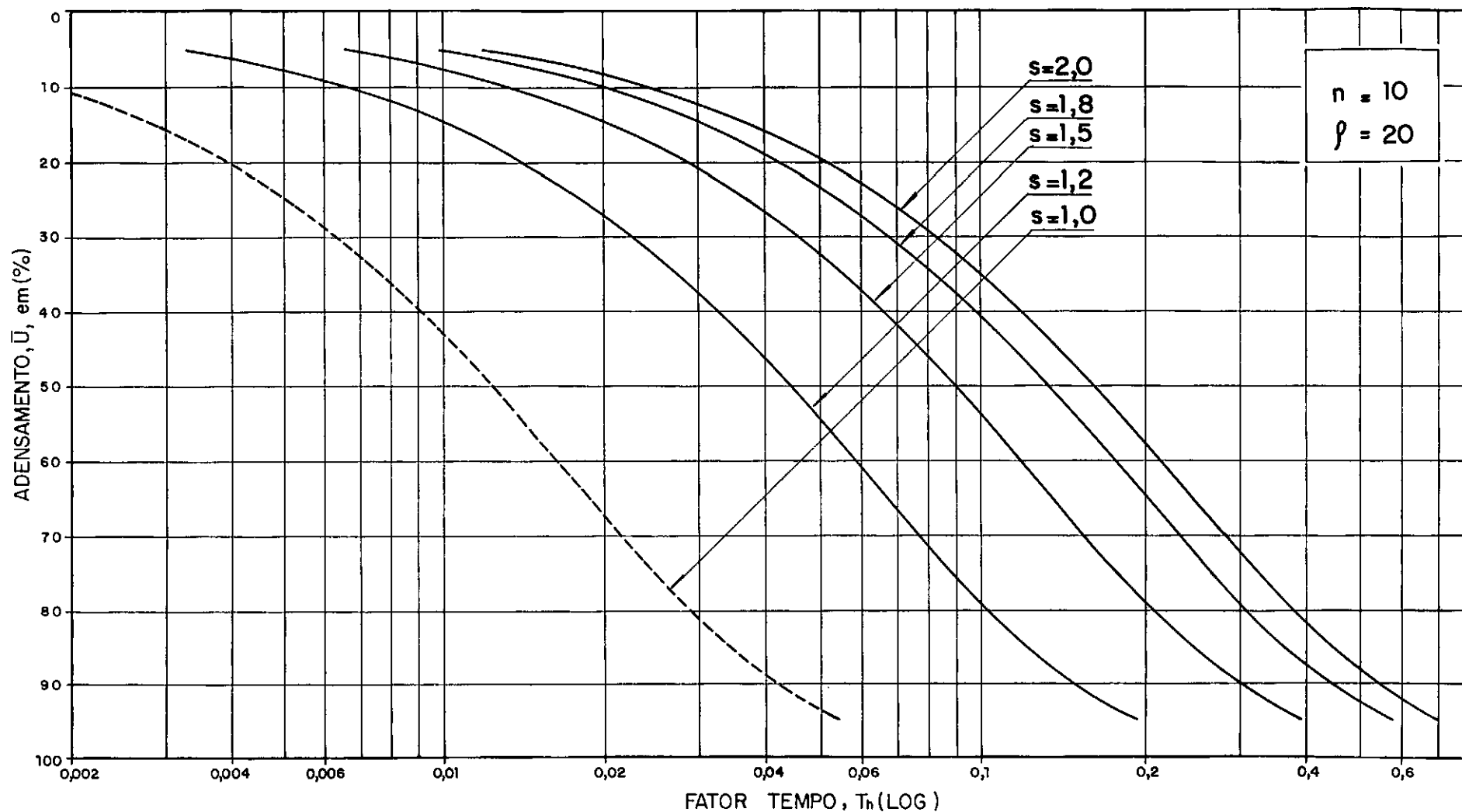


FIG. 25 – CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
 ($n=10$, $\rho=20$ E DIVERSOS VALORES DE s)

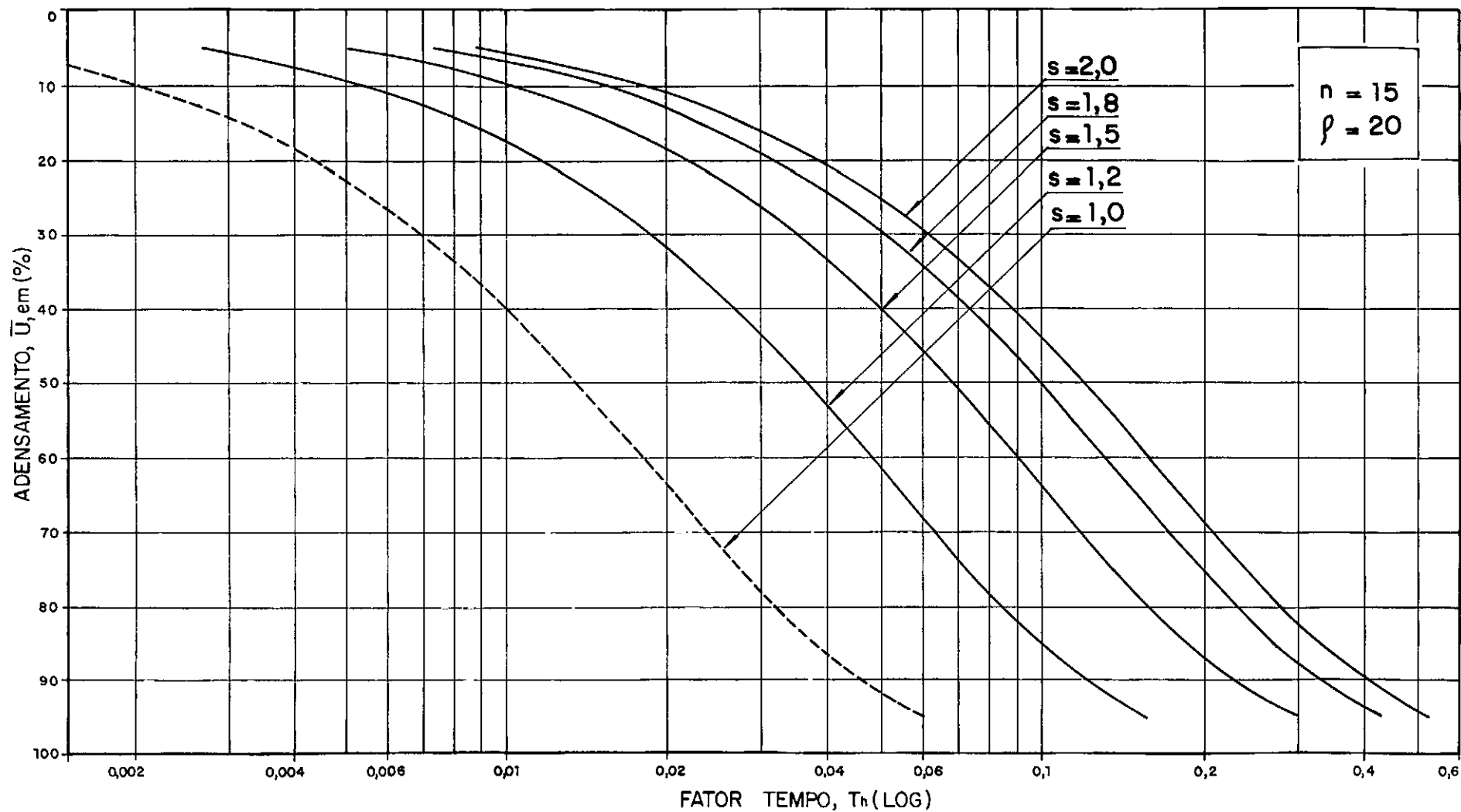


FIG.26 - CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
 ($n = 15$, $\beta = 20$ E DIVERSOS VALORES DE s)

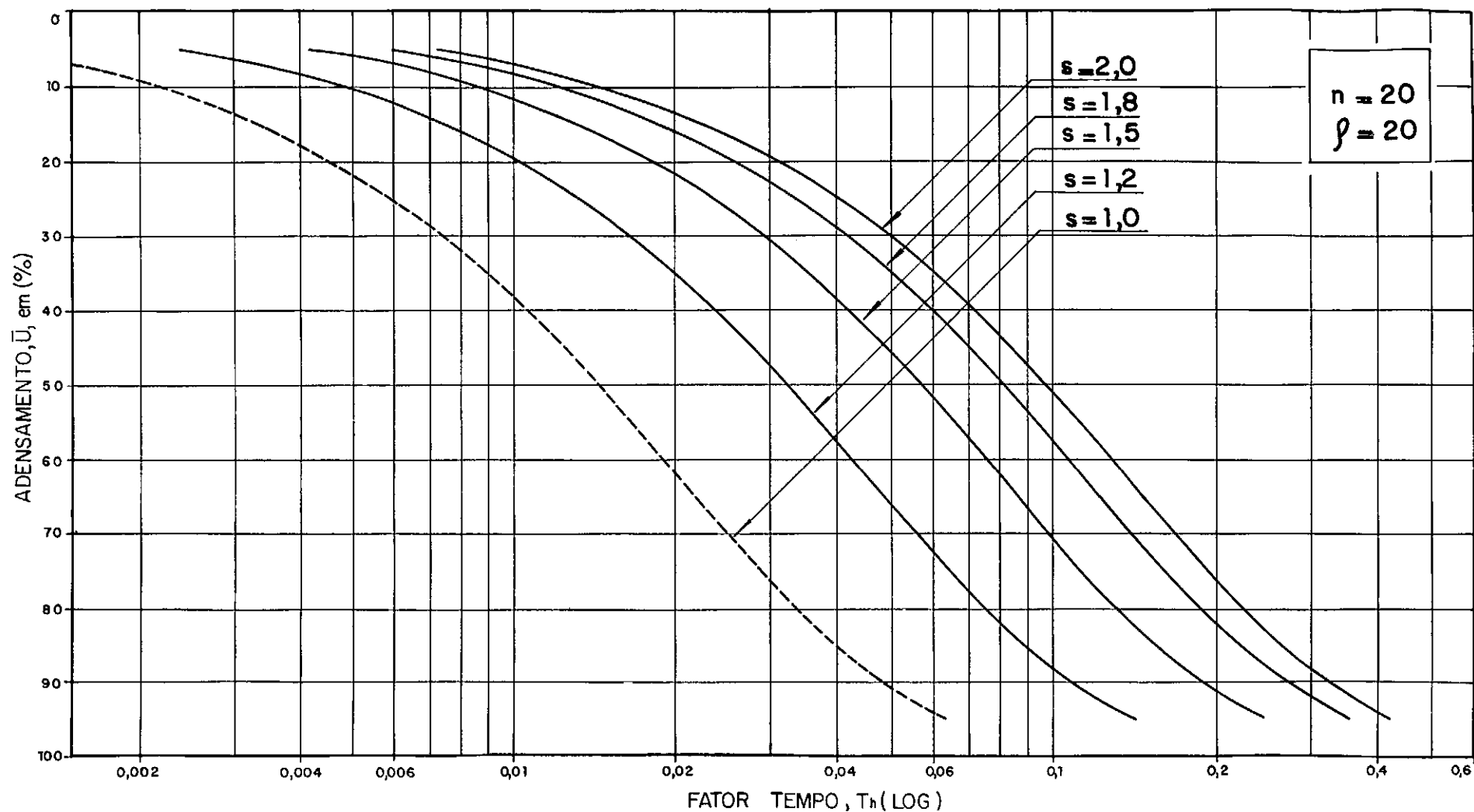


FIG. 27 - CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA
($n=20$, $\rho=20$ E DIVERSOS VALORES DE s)

4.4 - Aplicação Prática

Como aplicação da teoria desenvolvida, procedeu-se à interpretação de um ensaio de adensamento œdométrico com drenagem radial dupla. Este ensaio, realizado pelo Engº Roberto Quental Coutinho no IPR(Instituto de Pesquisas Rodoviárias) em fins de 1976, foi executado em uma amostra de solo extraída na profundidade de 6,5 a 7,0 m, na Baixada Fluminense ao lado esquerdo do Km 7,5 da rodovia BR-040/RJ (Rio-Petrópolis).

O corpo de prova foi moldado com diâmetro externo de 8,74 cm e altura de 3 cm.

O dreno externo foi composto por uma pedra porosa, internamente polida para minimizar o atrito lateral.

O dreno interno, instalado na amostra pelo método de cravação de tubo com ponta aberta, foi constituído por uma mistura de areia fina e mica. Não foi possível constatar-se o diâmetro do tubo empregado nesta operação, tendo sido, entretanto, apurado que foi usado um dos dois diâmetros: 1,26 cm ou 0,95 cm. Os valores de n para os dois casos são, respectivamente, 6,94 e 9,20. Para a análise do referido ensaio, decidiu-se então adotar o valor $n = 8$, que representa um erro de aproximadamente 5% na determinação do fator tempo, para qualquer um dos dois diâmetros possíveis.

As pressões de carregamento aplicadas foram: 0,05 ; 0,10 ; 0,20 ; 0,40 ; 0,80 ; 1,60 ; 3,20 ; 6,40 ; 3,20 ; 0,80 ; 0,20 ; 0,10 kgf/cm².

Os resultados do ensaio são apresentados no quadro (5) e nas figuras 28 a 32.

A curva índice de vazios \times pressão efetiva (\log) , representada na figura 28, foi traçada tendo-se em vista as deforma

ções finais do corpo-de-prova (d_f) . A pressão de pré-adensamento foi obtida pelo método de Casagrande.

QUADRO 5 – RESULTADO DO ENSAIO OEDOMÉTRICO COM DRENAGEM RADIAL DUPLA ($n=8$, $s=1$)

σ'_{vm} (Kgf/cm ²)	e_o	$e_{\sigma'_{vm}}$	C_c (0,8 a 3,2 Kgf/cm ²)	C_s	umidade inicial(%)
0,40	3,06	2,83	1,458	0,173	121,81
σ'_{vm}	Pressão de pré- adensamento				
e_o	Índice de vazios inicial				
$e_{\sigma'_{vm}}$	Índice de vazios correspondente a σ'_{vm}				
C_c	Índice de compressão				
C_s	Índice de expansão				
OBS — Profundidade da amostra : 6,5 a 7,0 m					

As curvas recalque \times tempo (log) , para cada pressão de carregamento, estão representadas na figura 29.

Os coeficientes de adensamento e permeabilidade, C_h e k_h , foram calculados pelo método $\log(t)$, empregando-se as fórmulas:

$$C_h = \frac{T_h(50\%) d_e^2}{t(50\%)} = \frac{0,0117 d_e^2}{t(50\%)} \quad (142)$$

$$k_h = \frac{C_h \cdot a_v \cdot \gamma_a}{1 + e_m} = C_h \cdot m_v \cdot \gamma_a \quad (143)$$

onde:

e_m - índice de vazios médio correspondente ao incremento de carga;

m_v - coeficiente de compressibilidade volumétrica.

A curva coeficiente de adensamento \times pressão média efetiva para cada incremento de carga está indicada na figura 30 . A figura 31 apresenta um trecho desta curva com a escala vertical ampliada, onde, a título de comparação, indicaram-se também as curvas obtidas por Coutinho³ para este mesmo material, na mesma profundidade, em ensaios com drenagem radial externa e drenagem radial interna.

Os valores dos coeficientes de permeabilidade obtidos pela expressão (143) foram plotados contra o índice de vazios médio correspondente a cada incremento de carga, estando apresentados na figura 32. Aqui também plotaram-se os valores obtidos por Coutinho³ para a mesma argila.

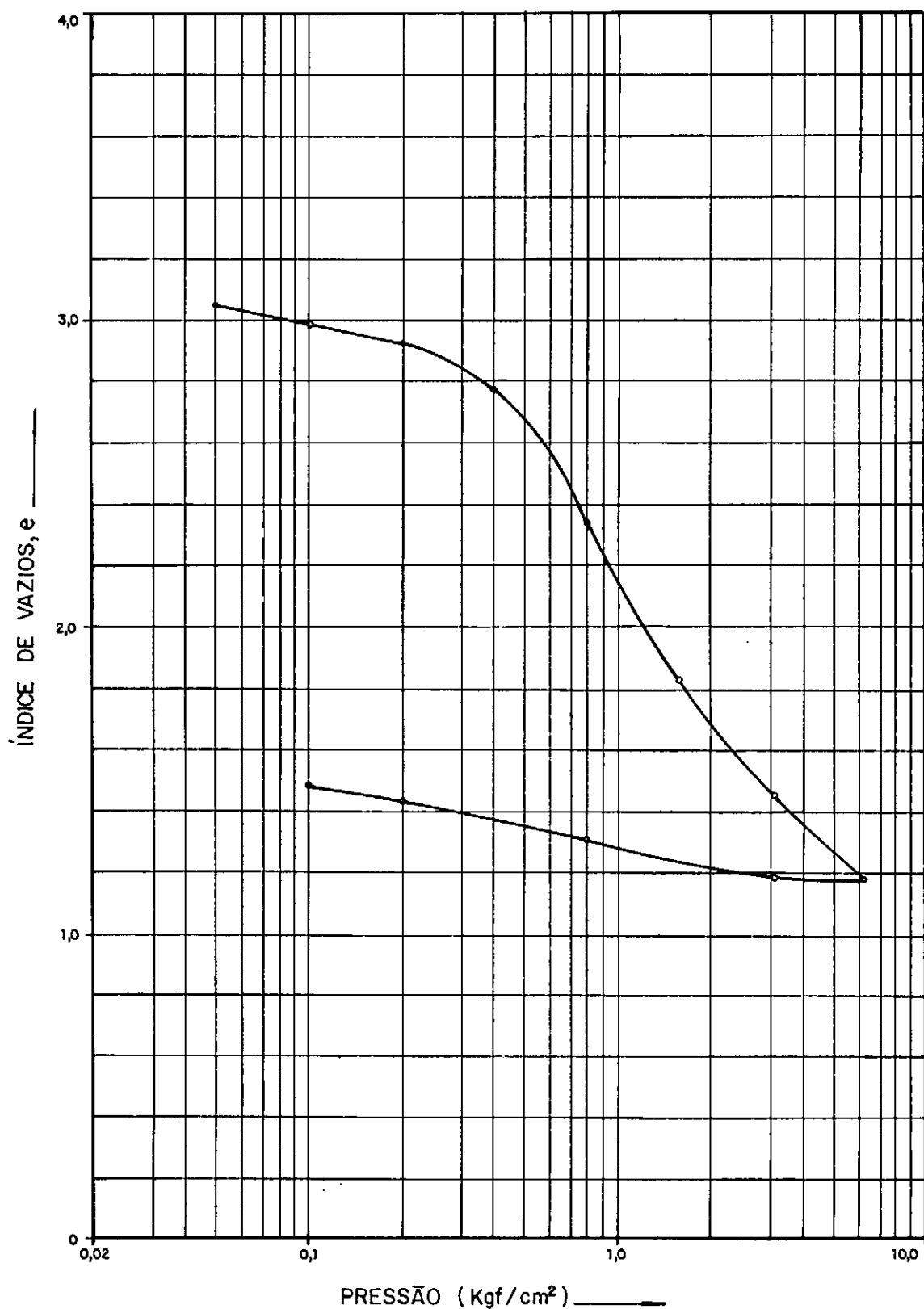


FIG. 28 — CURVA ÍNDICE DE VAZIOS x PRESSÃO (LOG).
ENSAIO OEDOMÉTRICO COM DRENAGEM RA-
DIAL DUPLA ($n = 8, s = 1,0$)

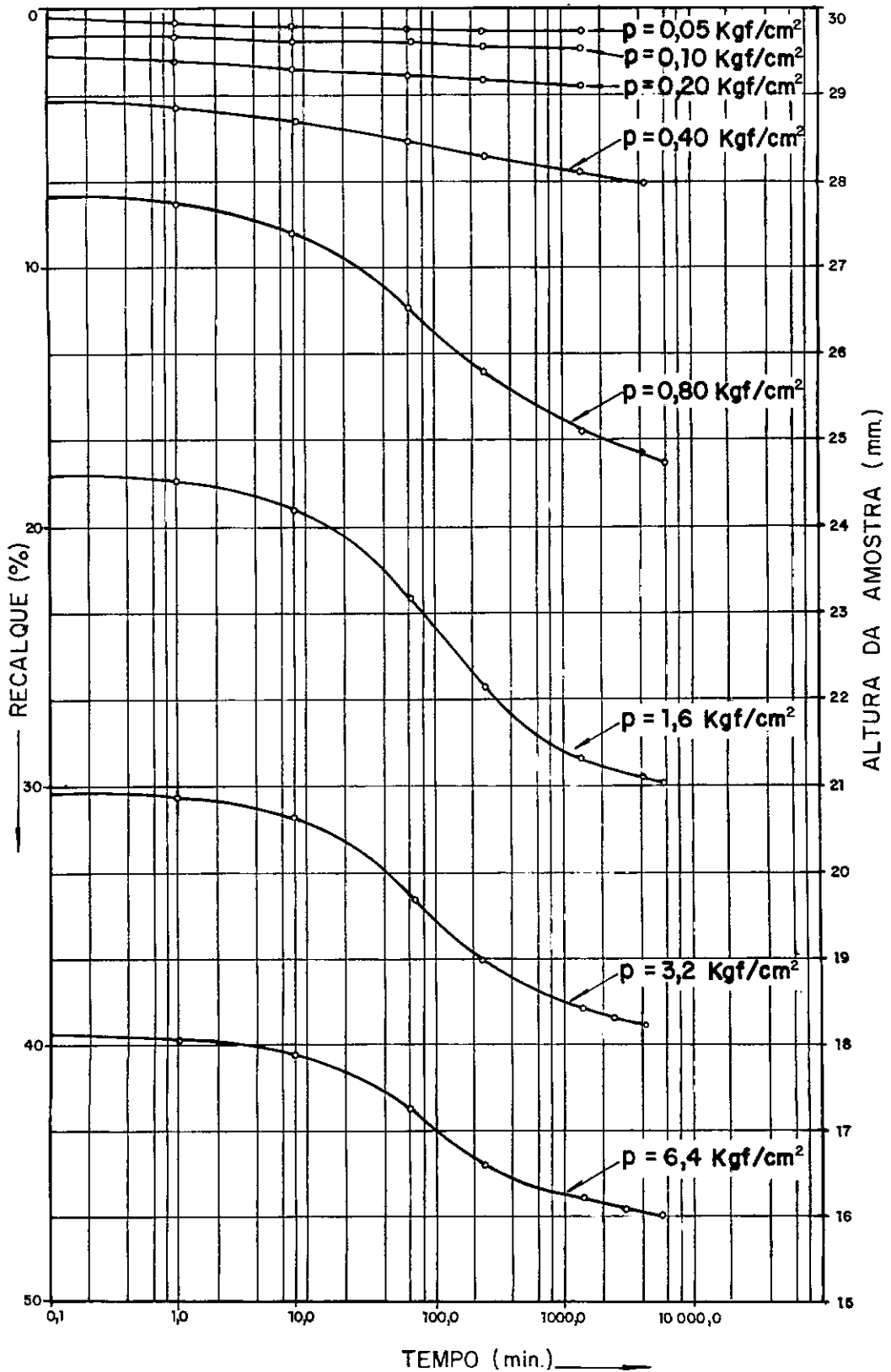


FIG. 29 — CURVAS, RECALQUE x TEMPO (LOG) — ENSAIO OEDOMÉTRICO COM DRENAGEM RADIAL DUPLA ($n=8$, $s=1,0$)

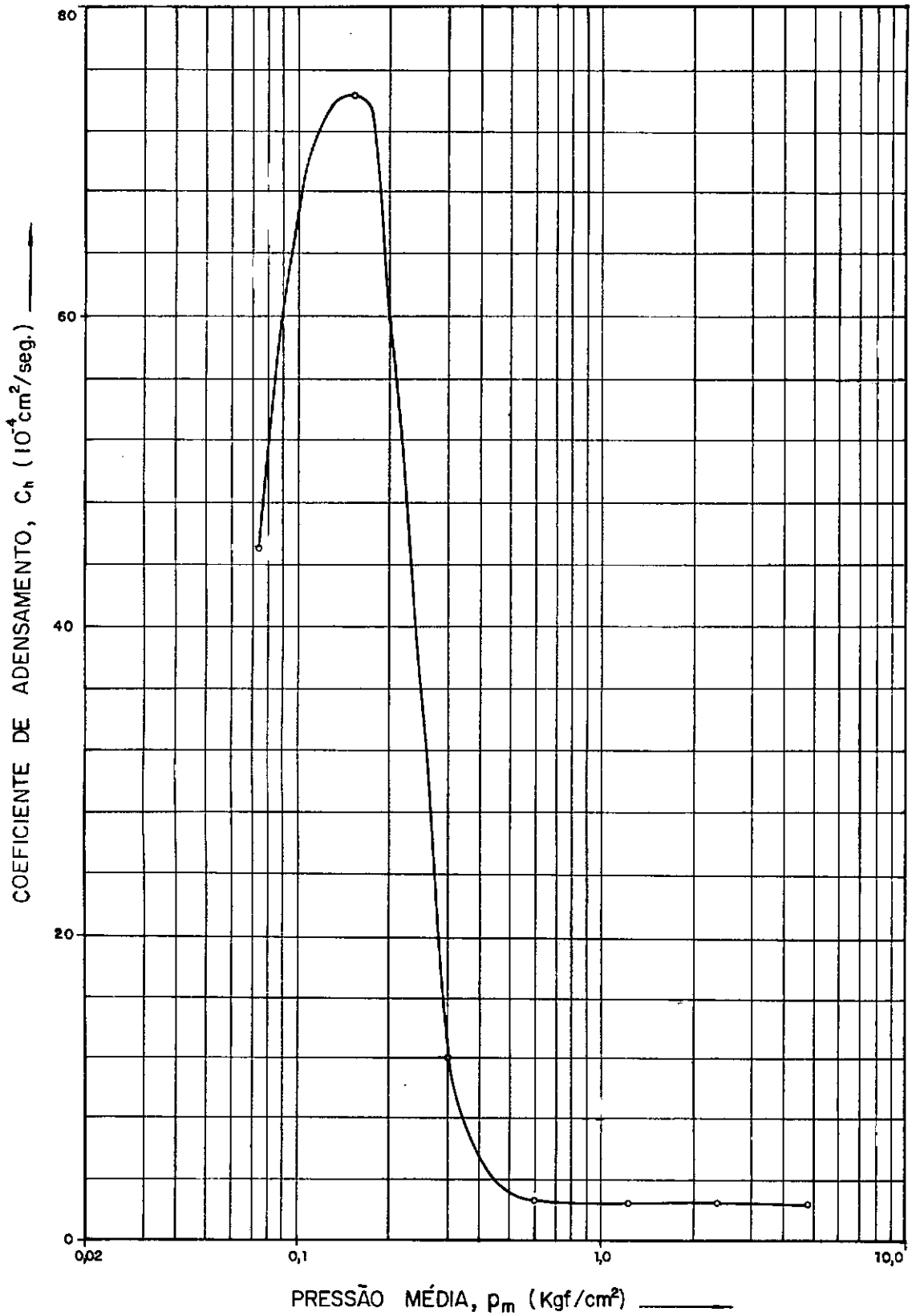


FIG. 30 - CURVA COEFICIENTE DE ADENSAMENTO x PRESSÃO MÉDIA (LOG) - ENSAIO CEDOMÉTRICO COM DRENAGEM RADIAL DUPLA ($n=8$, $s=1,0$)

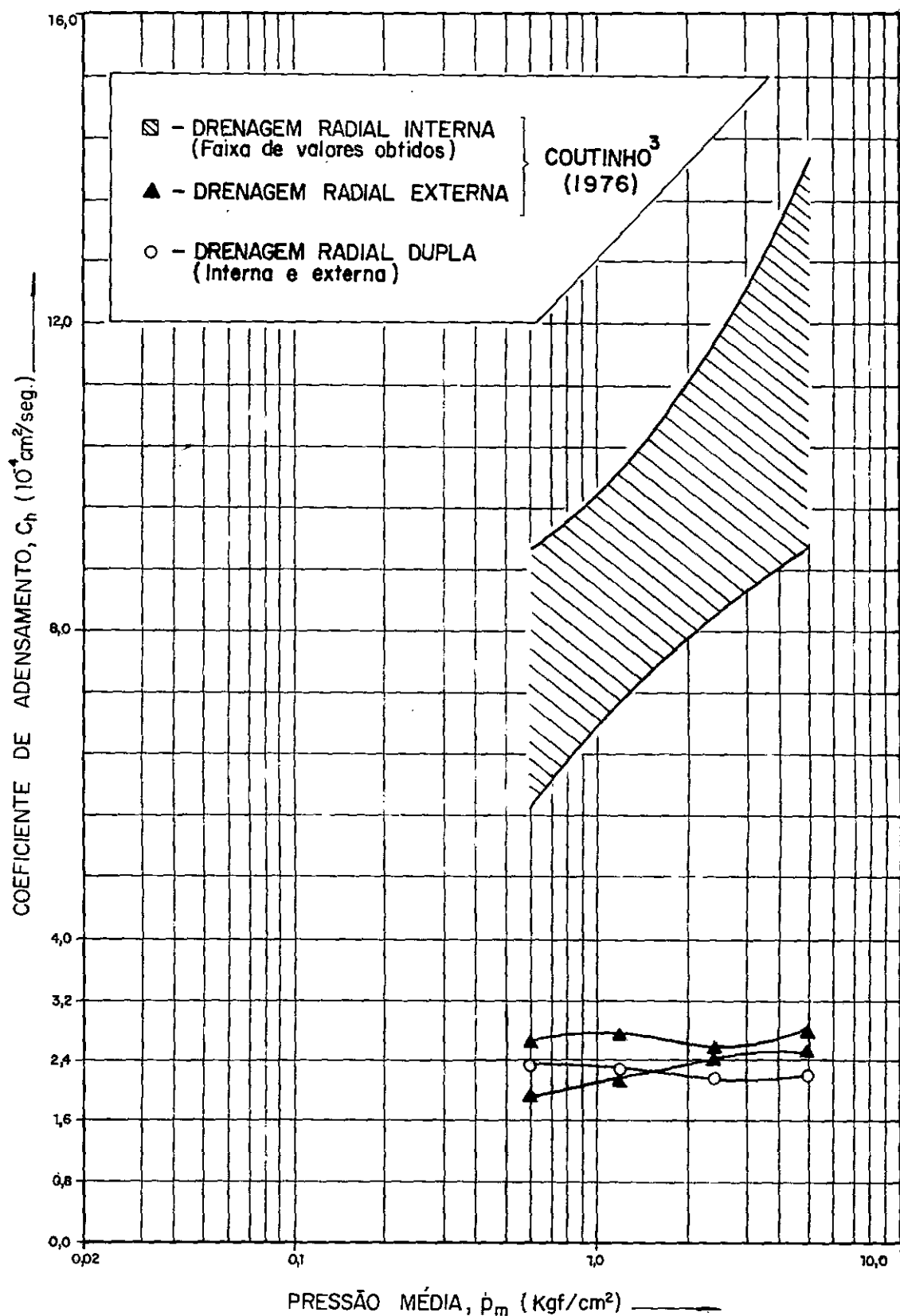


FIG. 31 - CURVAS COEFICIENTE DE ADENSAMENTO x PRESSÃO MÉDIA (LOG) - ENSAIOS OEDOMÉTRICOS (PROFUNDIDADE DAS AMOSTRAS: 6,5 a 7,0 m)

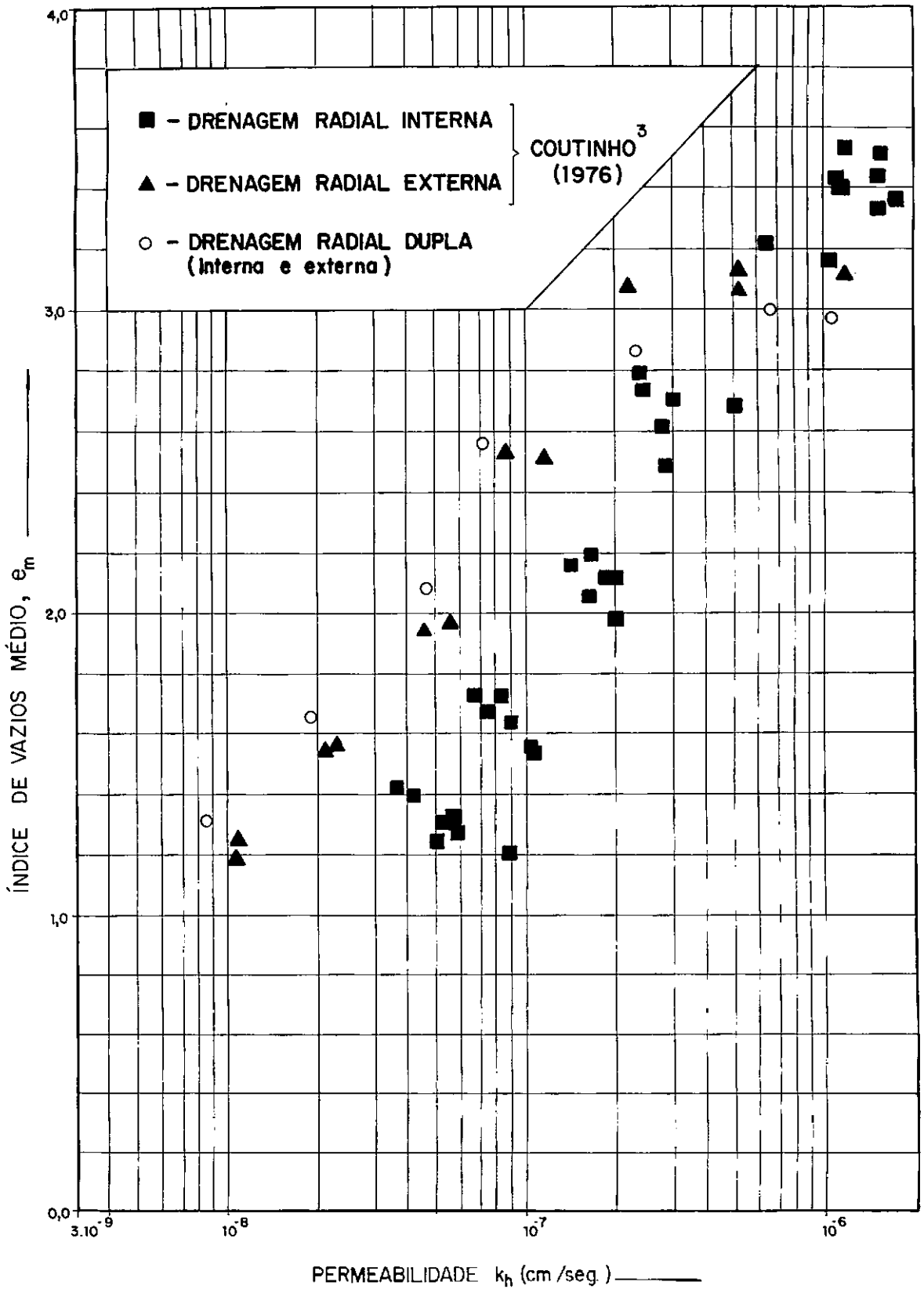


FIG. 32 - ÍNDICES DE VAZIOS MÉDIOS x PERMEABILIDADES (LOG)_ENSAIOS OEDOMÉTRICOS. (PROFUNDIDADE DAS AMOSTRAS: 6,5 a 7,0m)

V - DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

5.1 - Discussão de Alguns Tópicos

5.1.1 - Pretende-se, inicialmente, discutir a eficiência da drenagem radial dupla na redução do tempo final de ensaio. Por razões alheias à nossa vontade, não foi possível realizar-se experimentalmente esta análise. Realizou-se apenas um estudo teórico comparativo, com base em uma situação particular, para os casos:

A - drenagem radial externa ;

B - drenagem radial interna ;

C - drenagem radial dupla .

O exemplo que ilustra este estudo está esquematicamente representado na figura 33. Os diâmetros externos das amostras (casos A , B e C) bem como os diâmetros internos dos drenos (casos B e C) foram mantidos constantes, fazendo-se variar a espessura e a permeabilidade de cada região amolgada. Assim, para cada um dos três casos, foram plotadas as curvas $\bar{U} \times T_h(\log)$ com:

1 - $e_a = 0$ figura 34

2 - $e_a = 0,25 \text{ cm}$ e $\rho = 10$ figura 35

3 - $e_a = 0,50 \text{ cm}$ e $\rho = 10$ figura 36

4 - $e_a = 0,25 \text{ cm}$ e $\rho = 20$ figura 37

5 - $e_a = 0,50 \text{ cm}$ e $\rho = 20$ figura 38

Para cada uma das cinco configurações acima apresentadas, as relações:

$$1 : \frac{\text{caso A}}{\text{caso C}} : \frac{\text{caso B}}{\text{caso C}}$$

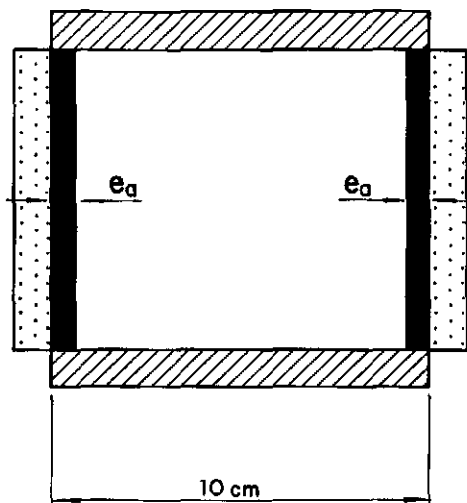
entre os valores de T_h para 90% do adensamento primário são :

1 - $e_a = 0$:	1 : 1,72 : 10,89
2 - $e_a = 0,25$ cm e $\rho = 10$:	1 : 1,29 : 8,74
3 - $e_a = 0,50$ cm e $\rho = 10$:	1 : 1,30 : 7,59
4 - $e_a = 0,25$ cm e $\rho = 20$:	1 : 1,23 : 8,78
5 - $e_a = 0,50$ cm e $\rho = 20$:	1 : 1,26 : 7,61

As relações acima, embora restritas aos dados do exemplo em pauta, indicam em princípio que, considerando-se a duração de cada ensaio, a drenagem radial dupla é sempre muito vantajosa em relação à drenagem radial interna. Em relação à drenagem radial externa, apenas para a primeira configuração (nenhum efeito de amolgamento) houve redução substancial no tempo correspondente a 90% do adensamento. É óbvio que, considerando-se a espessura da região amolgada sempre constante, quanto menor for o valor de n , maior será a eficiência da drenagem radial dupla.

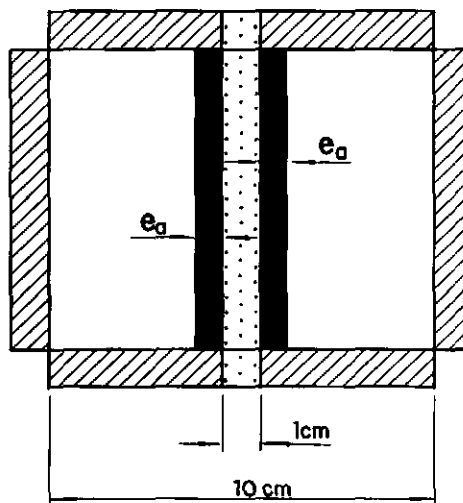
CASO A

DRENAGEM EXTERNA



CASO B

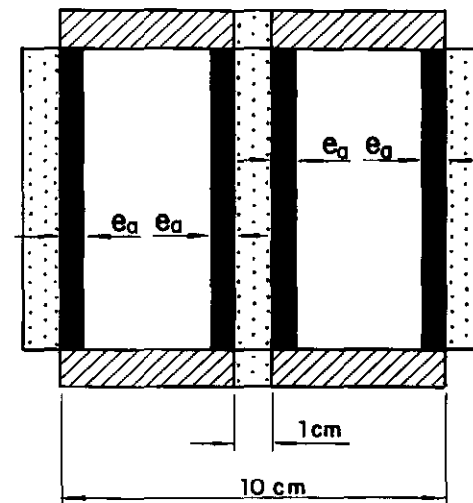
DRENAGEM INTERNA



$n = 10$

CASO C

DRENAGEM DUPLA



$n = 10$

e_d : ESPESSURA DA REGIÃO AMOLGADA

FIG. 33

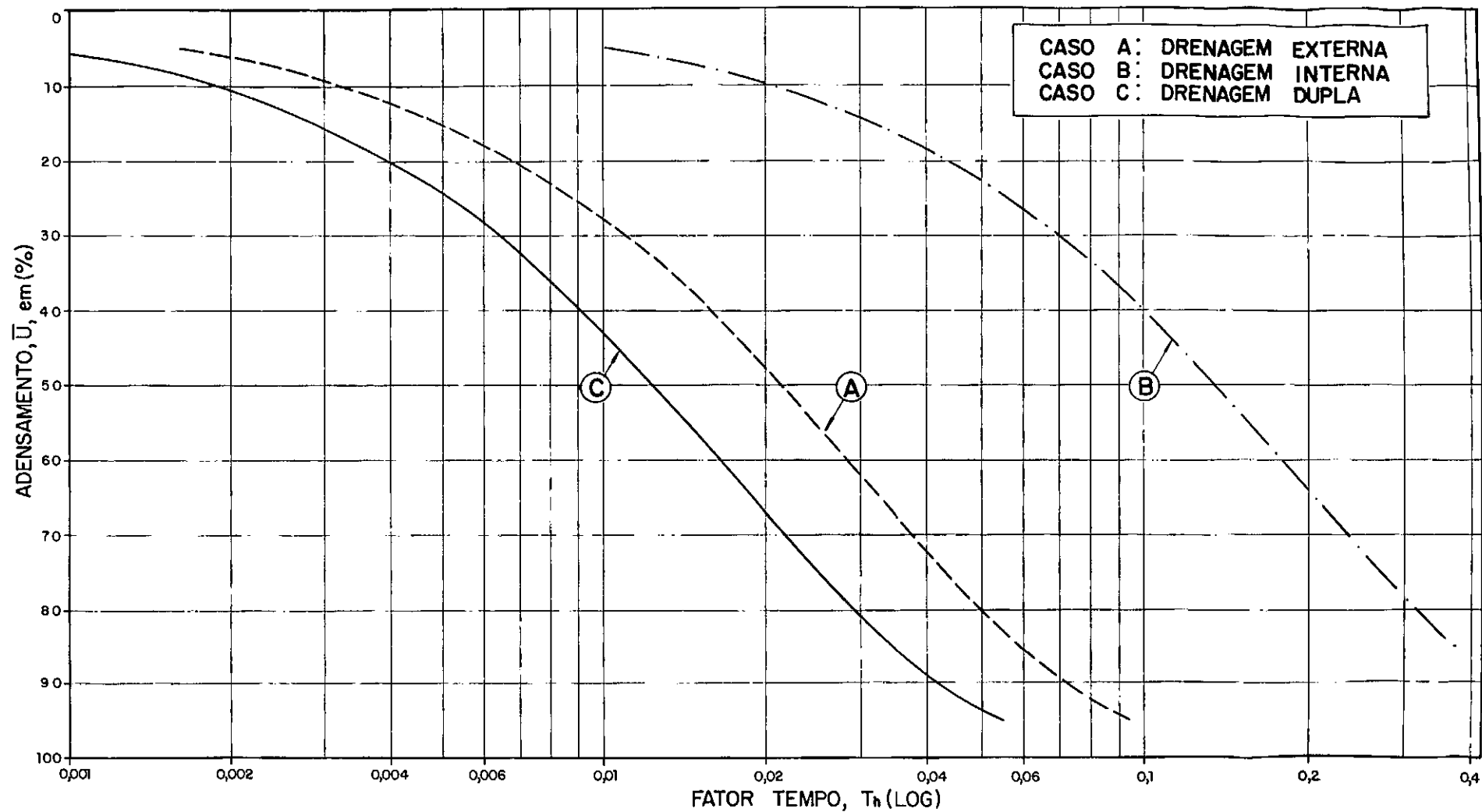


FIG. 34- CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA, EXTERNA E INTERNA ($d_e=10\text{cm}$ E $e_a=0,00$)

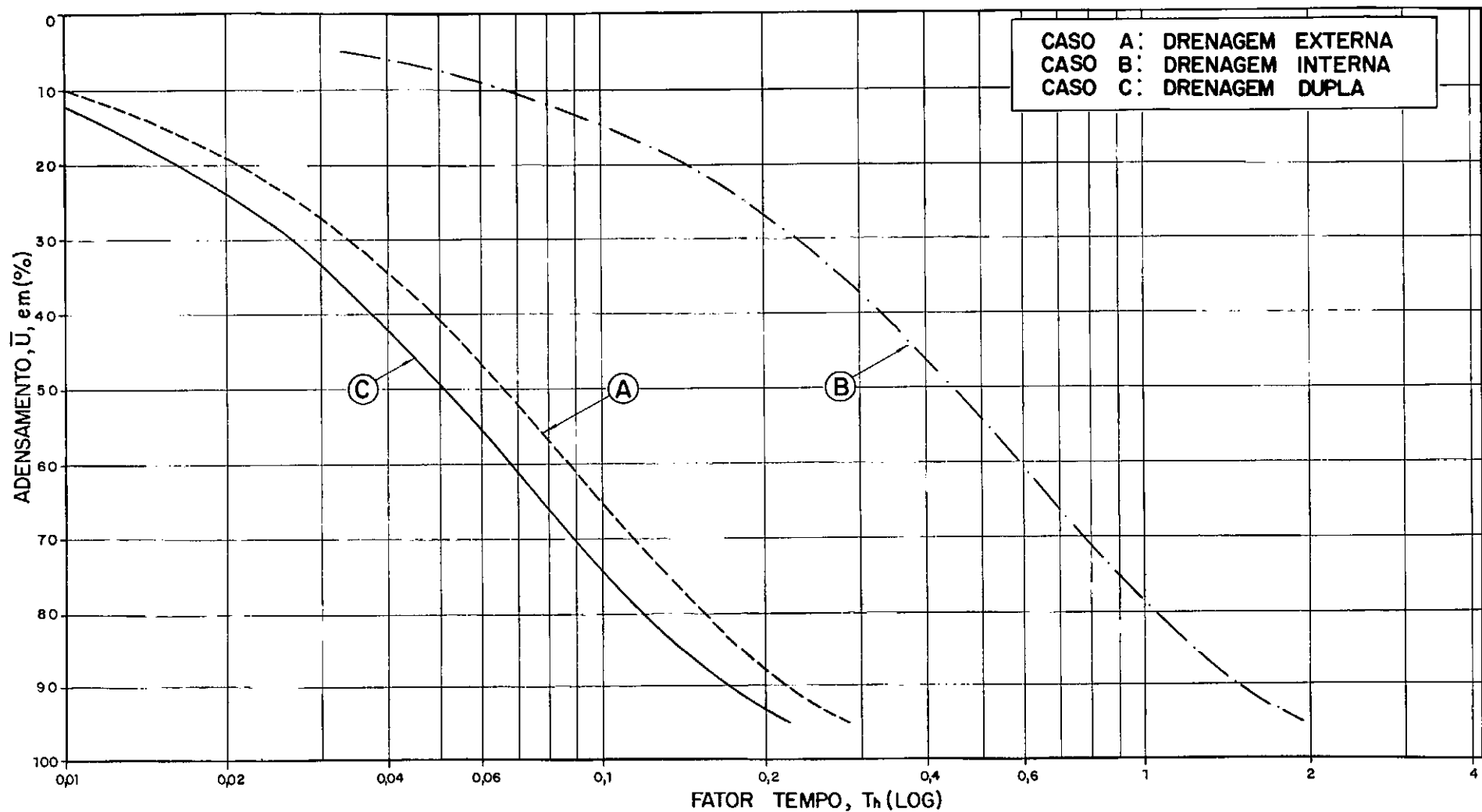


FIG. 35— CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA, EXTERNA E INTERNA ($d_e=10\text{cm}$, $e_o=0,25\text{cm}$ E $\beta=10$)

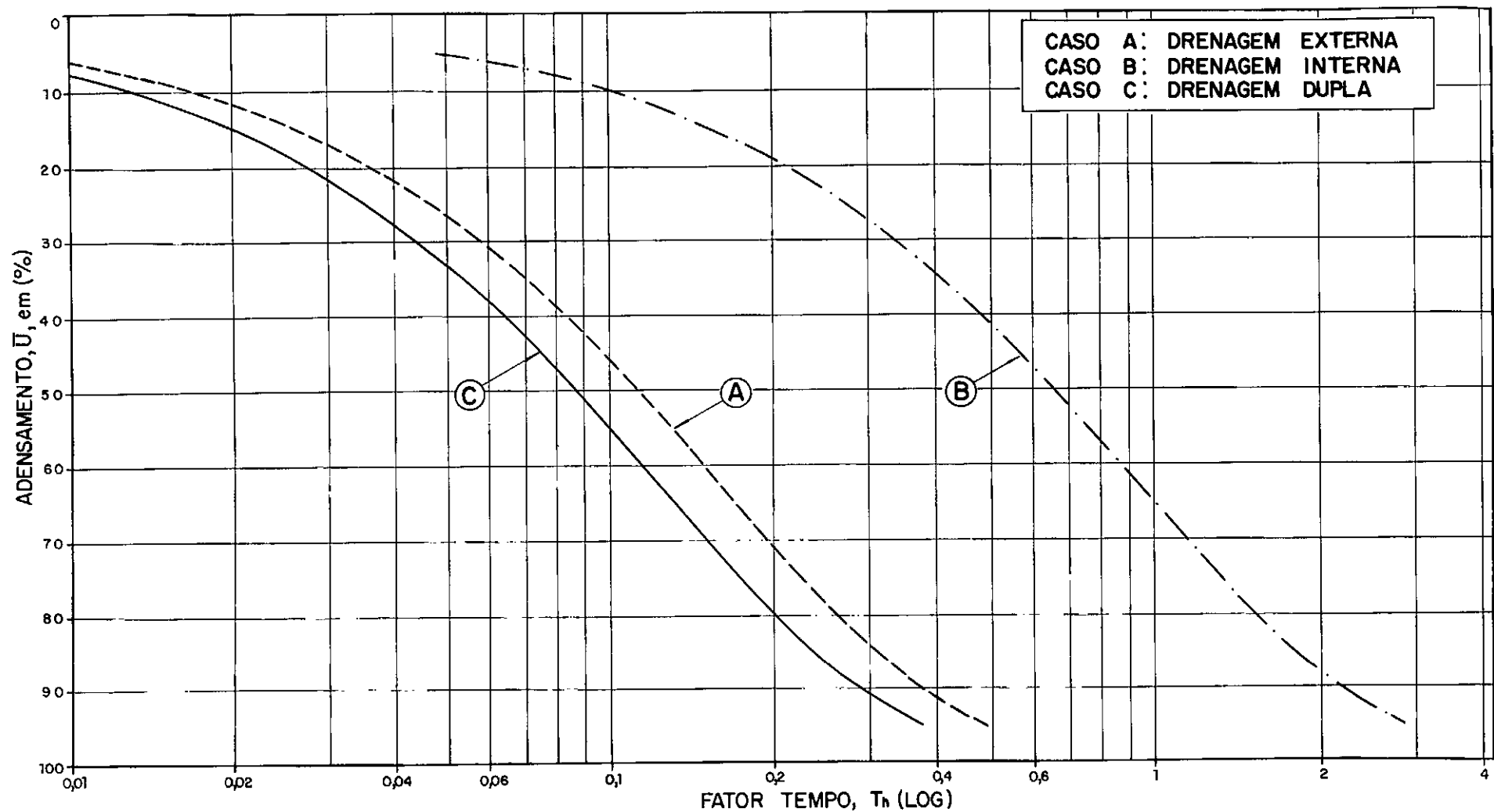


FIG. 36— CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA, EXTERNA E INTERNA ($d_s=10\text{cm}$, $e_a=0,50\text{cm}$ E $\rho=10$)

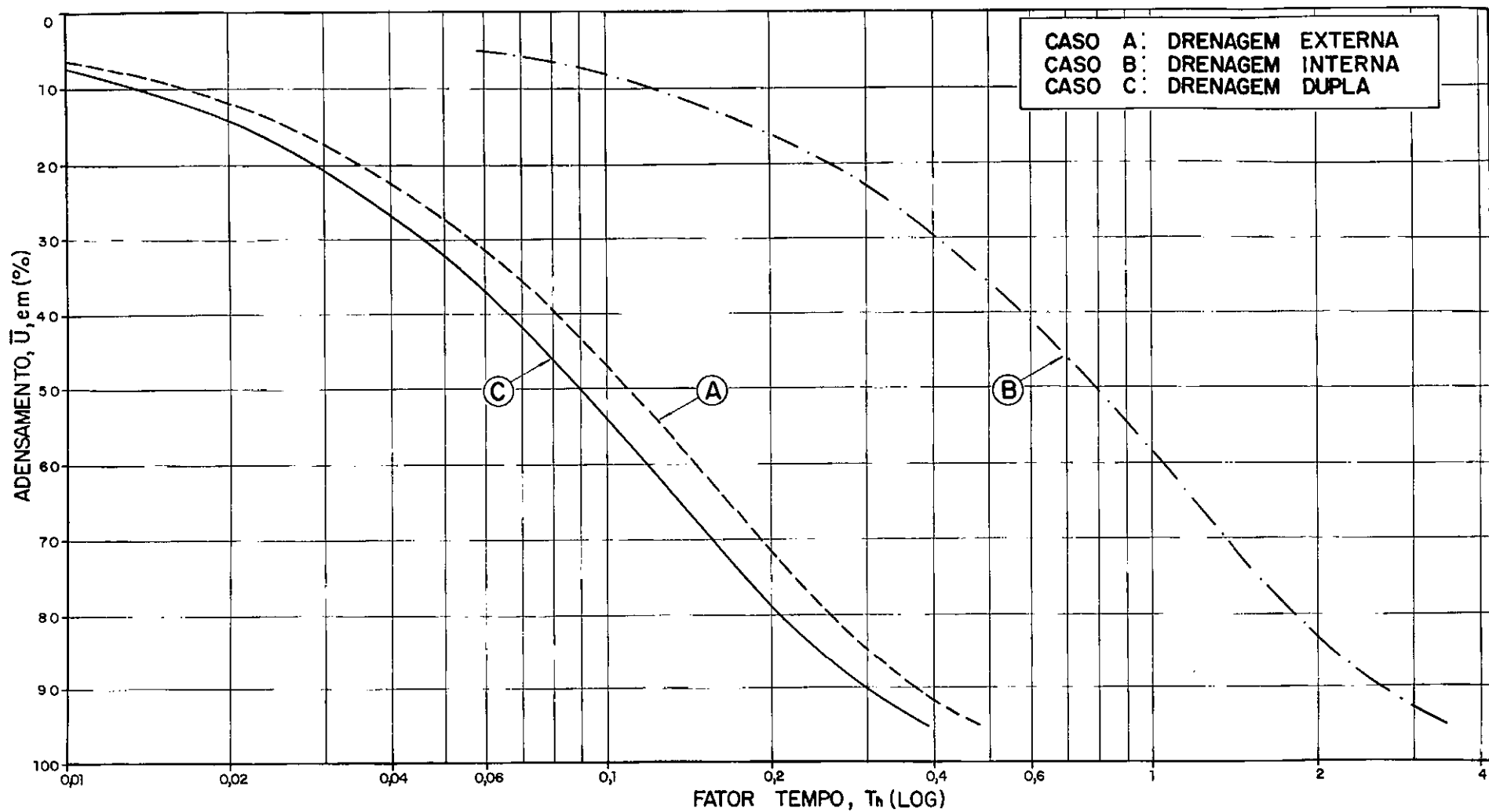


FIG. 37— CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA, EXTERNA E INTERNA ($d_e=10\text{cm}$, $e_d=0,25\text{cm}$ E $\rho=20$)

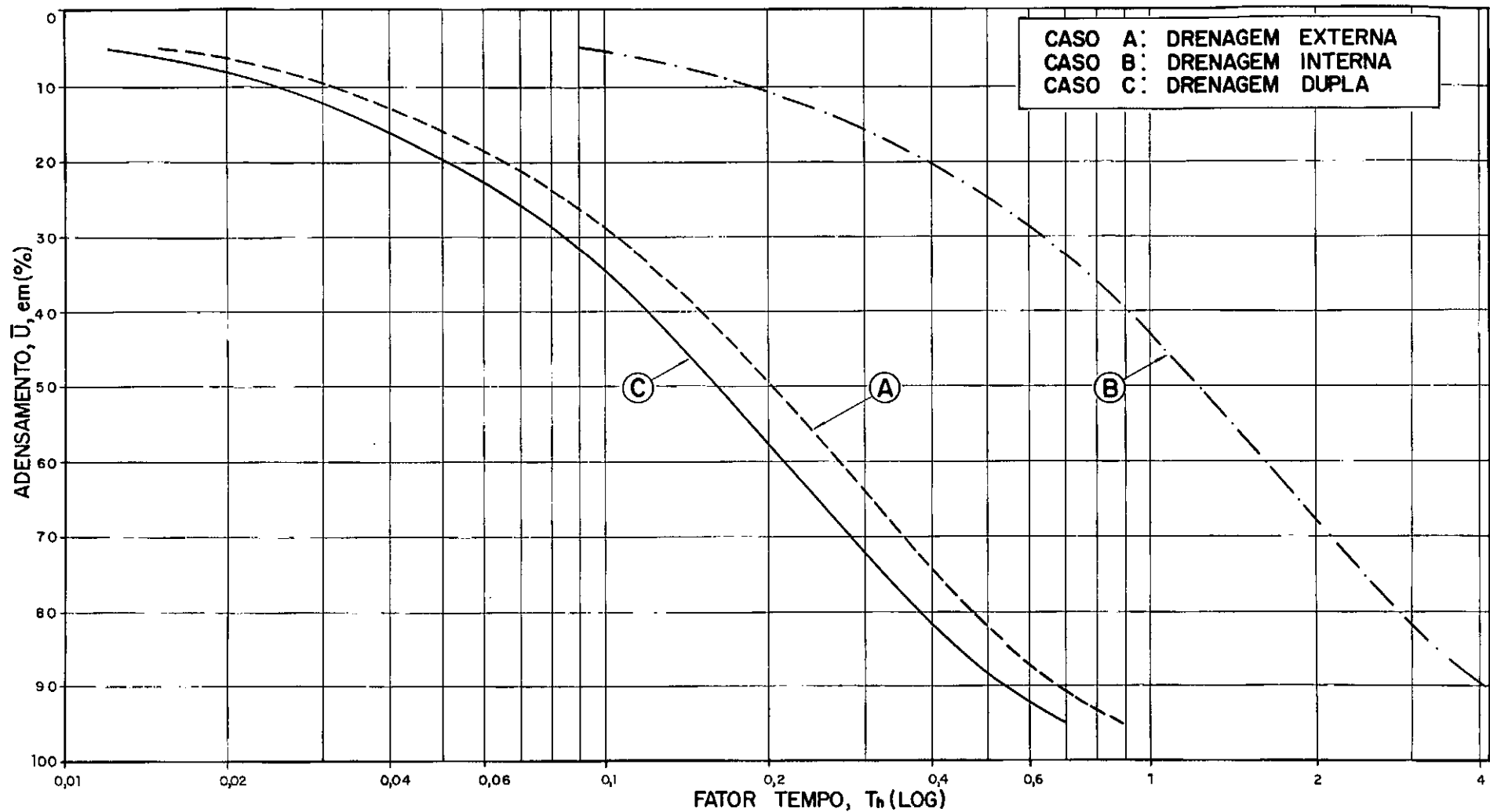


FIG. 38— CURVAS ADENSAMENTO (%) x FATOR TEMPO PARA DRENAGEM RADIAL DUPLA, EXTERNA E INTERNA ($d_e=10\text{cm}$, $e_o=0,50\text{cm}$ E $\rho=20$)

5.1.2 - A aproximação introduzida por Scott⁹, para a distribuição de pressões neutras no interior das regiões amolgadas, baseou-se na hipótese de que os raios daquelas regiões são extremamente grandes quando comparados com suas espessuras. Em outras palavras, tudo se passa como se as superfícies limítrofes das zonas amolgadas fossem planas. Deve-se salientar que, para ensaios com drenagem radial dupla, a hipótese acima se aproxima muito mais da realidade na região III do que na região I .

As curvas $u/u_0 \times r$ para as regiões amolgadas, representadas nas figuras 6 e 7, foram plotadas por meio das expressões (52) e (53) (solução exata). Pode-se observar que, mesmo para um caso extremo de $s = 2$, as distribuições de pressões neutras nas referidas regiões são quase lineares, sugerindo que a aproximação proposta pode ser empregada sem prejudicar significativamente a precisão dos resultados finais.

5.1.3 - No presente trabalho, a finalidade da interpretação de um ensaio de adensamento com drenagem radial dupla foi, além de ilustrativa, testar a solução teórica em uma argila cujas características de adensamento já são consideravelmente bem conhecidas.

A pressão de pré-adensamento, o índice de compressão e o índice de expansão são comparados com os valores médios obtidos por Coutinho³ em doze ensaios com drenagem radial realizados em amostras extraídas na mesma profundidade:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma'_{vm} \text{ (obtido)} & : 0,40 \text{ kgf/cm}^2 ; \\ \sigma'_{vm} \text{ (Coutinho)} & : 0,39 \text{ kgf/cm}^2 ; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} C_c \text{ (obtido)} & : 1,458 ; \\ C_c \text{ (Coutinho)} & : 1,537 ; \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} C_s \text{ (obtido)} & : 0,173 ; \\ C_s \text{ (Coutinho)} & : 0,161 . \end{cases}$$

Com relação aos coeficientes de adensamento e permeabilidade, os valores obtidos se aproximam bastante daqueles calculados por Coutinho³ para o caso de drenagem radial externa. Este fato vem confirmar, como subsídio adicional, a influência da drenagem "parasita"* nos ensaios realizados com drenagem radial interna. Este fenômeno, não tendo sido considerado na solução teórica utilizada para interpretar os ensaios, acarretou, provavelmente, erros apreciáveis na determinação de C_h e k_h .

5.2 - Conclusões Finais

5.2.1 - O ensaio de adensamento com drenagem radial dupla é mais rápido que qualquer um dos outros dois ensaios com drenagem radial, tradicionalmente consagrados. Em relação à drenagem interna, as vantagens são bem acentuadas uma vez que, além de reduzir o tempo final de ensaio, evita os inconvenientes da drenagem "parasita" em células adaptadas. Em relação à drenagem externa, a condição de dupla drenagem pode ou não ser vantajosa, dependendo do diâmetro do dreno interno, da influência das regiões amolgadas, e tendo em conta a dificuldade adicional que representa a instalação do dreno interno no corpo-de-prova.

5.2.2 - Os resultados do ensaio com drenagem radial dupla, defini

* Entende-se por drenagem "parasita" (em ensaios oedométricos com drenagem radial interna) a fuga indesejada de água através das folgas existentes entre o anel de aço e as placas situadas junto às bases do corpo-de-prova. Este fenômeno foi constatado por Coutinho³ em ensaios realizados em células adaptadas para obtenção da drenagem radial.

dos a partir da teoria desenvolvida, confirmam com razoável aproximação os valores obtidos para o mesmo material através de ensaios com drenagem radial externa (Coutinho³). Esta conclusão, embora restrita por envolver apenas um único ensaio, não deixa de atestar a validade da solução teórica, confirmando paralelamente a influência da drenagem "parasita" nos ensaios com drenagem radial interna.

5.2.3 - A solução teórica apresentada para a análise do ensaio de adensamento com drenagem radial dupla é, dentro das hipóteses admitidas, uma solução genérica visto que, submetendo-a a determinadas condições limites, é possível deduzirem-se as expressões analíticas que resolvem os casos de drenagem radial interna e externa.

BIBLIOGRAFIA

- 1 BARRON, R.A. - Consolidation of Fine-Grained Soils by Drain Wells. Transactions, ASCE, v. 113, 1948, p. 718-742.
- 2 CARRILLO, N. - Simple Two and Three Dimensional Cases in the Theory of Consolidation of Soils. Journal of Mathematics and Physics, v. 21, n. 1, Mar. 1942, p. 1-5.
- 3 COUTINHO, R.Q. - Características de Adensamento com Drenagem Radial de uma Argila Mole da Baixada Fluminense. Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ, 1976. Tese de Mestrado.
- 4 ESCARIO, V. & URIEL, S. - Determining the Coefficient of Consolidation and Horizontal Permeability by Radial Drainage. Proc. of the 5th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Paris, 1961, v. 1, p. 83-87.
- 5 KREYSZIG, E. - Advanced Engineering Mathematics. New York , John Wiley and Sons, Inc. [c. 1962].
- 6 LAMBE, T.W. & WHITMAN, R.V. - Soil Mechanics. New York, John Wiley and Sons, Inc. [c. 1969].
- 7 RICHART, Jr., F.E. - Review of the Theories for Sand Drains. Transactions, ASCE, v. 124, 1959, p. 709-736.
- 8 ROSS, S. - Differential Equations. 2ed. New York, John Wiley and Sons, Inc. [c. 1974].
- 9 SCOTT, R.F. - Principles of Soil Mechanics. Reading, Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. [c. 1963].
- 10 SILVA, D.L. da - Adensamento Radial de Argilas: Programação Automática e Estudo Experimental. Rio de Janeiro, COPPE /UFRJ, 1971. Tese de Mestrado.
- 11 SILVEIRA, I. da - Consolidation of a Cylindrical Clay Sample with External Radial Flow of Water. Proc. of the 3th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Suíça, 1953, v. 1, p. 55-56.

- 12 TAYLOR, D.W. - Fundamentals of Soil Mechanics. New York , John Wiley and Sons, Inc. [c. 1948].
- 13 WEINBERGER, H.F. - A First Course in Partial Differential Equations. New York, Blaisdell Publishing Company [c. 1965].
- 14 WU, T.H. - Soil Mechanics. 2ed. Boston, Allyn and Bacon , Inc. [c.1976].
- 15 YOSHIKUNI, H. & NAKANODO, H. - Consolidation of Soils by Vertical Drain Wells with Finite Permeability. Soils and Foundations, JSSMFE, v. 14, n. 2, June 1974, p. 35-46 .
- 16 YOSHIKUNI, H. & NAKANODO, H. - Consolidation of a Clay Cylinder with External Radial Drainage. Soils and Foundations, JSSMFE, v. 15, n. 1, Mar. 1975, p. 17-27.

SIMBOLOGIA

A	Área
a	Raio da amostra
a	Raio da região não amolgada da amostra
a	r_a/r_d
C, C_h, C_r, C_v	Coefficiente de adensamento
C_c	Índice de compressão
C_s	Índice de expansão
C_z	Coefficiente que reflete a compressibilidade do gás existente nos poros de solos não saturados
d_a	$2 r_a$
d_e	$2 r_e$
d_w	$2 r_w$
e	Deformação volumétrica
e	Índice de vazios
e_o	Índice de vazios inicial
e_m	Índice de vazios médio
$e_{\sigma'_{vm}}$	Índice de vazios correspondente a σ'_{vm}
e_a	Espessura da região amolgada
$J_0()$	Função de Bessel de 1ª espécie e ordem 0 (zero)
$J_1()$	Função de Bessel de 1ª espécie e ordem 1
k_x, k_y, k_z	Coefficientes de permeabilidade nas direções x , y e z , respectivamente
k_h, k_v	Coefficientes de permeabilidade nas direções horizontal e vertical, respectivamente
k_s, k_a	Coefficientes de permeabilidade, na direção horizontal, das regiões amolgadas da amostra
k_c, k_r	Coefficiente de permeabilidade do solo
k_w	Coefficiente de permeabilidade do material do dreno

$1/K$	Resistência hidráulica superficial de contato
m_v	Coefficiente de compressibilidade volumétrica
n	r_e/r_d
N	r_e/r_w
P	Carregamento (força) aplicado
p	Carregamento (pressão) aplicado
R	Raio da amostra
r	Uma das coordenadas do sistema cilíndrico
r_a	Raio interno da região amolgada exterior (III)
r_e	Raio externo da amostra
r_d, r_w	Raio do dreno interno
r_s	Raio externo da região amolgada interior (I)
S_o	Grau de saturação inicial do solo
t	Variável tempo
T_h, T, T_{ht}	Fator tempo
u, u_r	Excesso de pressão na água intersticial
$u_{rz}, u(z, r, T_h)$	Excesso de pressão na água intersticial em um ponto de coordenadas r e z
u_o	Excesso inicial uniforme de pressão na água intersticial
u_o	Excesso médio inicial de pressão na água intersticial
\bar{u}	Valor médio de u
\bar{u}_z	Valor médio de u_{rz} para uma profundidade z
u'	Excesso de pressão na água intersticial na região amolgada I
u''	Excesso de pressão na água intersticial na região amolgada III
u_{rs}	Valor de u para $r = r_s$
u_{ra}	Valor de u para $r = r_a$

u'_{rs}	Valor de u' para $r = r_s$
u''_{ra}	Valor de u'' para $r = r_a$
u_{rso}	Valor de u_{rs} para $t = 0$
u_{rao}	Valor de u_{ra} para $t = 0$
u_z	Deslocamento vertical das partículas de solo
u_r	Deslocamento radial das partículas de solo
U, \bar{U}	Grau médio de adensamento
x	Uma das coordenadas do sistema cartesiano
y	Uma das coordenadas do sistema cartesiano
$Y_0()$	Função de Bessel de 2 ^a espécie e ordem 0 (zero)
$Y_1()$	Função de Bessel de 2 ^a espécie e ordem 1
z	Uma das coordenadas dos sistemas cartesiano e ci - lindrico
w	Excesso de pressão na água intersticial
w_o	Valor de w para $t = 0$
γ_a	Peso específico da água
λ	Relação entre as deformações horizontal e vertical para uma amostra submetida à pressão triaxial
σ	Pressão total no solo
σ'	Pressão efetiva intergranular
σ'_{vm}	Pressão de pré-adensamento
ρ	k_h/k_s
δ	k_h/k_a
ϕ	Potencial de adensamento
λ, μ	Constantes de Lamé
ν	Coeficiente de Poisson